

Рабочая программы дисциплины

1. Математические модели флуктуационных явлений

2. Лекторы.

2.1. Д.ф.-м.н., профессор, Чиркин Анатолий Степанович, e-mail: aschirkin@rambler.ru, тел.: +7(495) 939-3093; кафедра общей физики и волновых процессов физического факультета МГУ.

3. Аннотация дисциплины.

Курс посвящён математическому описанию и изучению основных характеристик флуктуационных явлений, имеющих место во многих областях физики: акустика, оптика, радиофизика, геофизике, физическая электроника, физика твердого тела и п.т. Представлены общие сведения о случайных процессах и случайных волновых полях и их пространственно-временных и спектрально-корреляционных характеристиках. Рассмотрены основные математические модели случайных колебаний и полей (гауссовские процессы, диффузионный и пуассоновский процессы). Анализируются источники флуктуаций (тепловой шум, дробовой шум и другие). Обсуждаются методы решения стохастических дифференциальных уравнений, описывающих эволюцию флуктуаций. Выводится уравнение Фоккера-Планда для функции распределения, дано понятие марковости случайных процессов. Анализируется проблема фильтрации.

Изложение материала лекций даётся на “физическом” уровне строгости для облегчения его практического использования.

4. Цели освоения дисциплины.

Цель дисциплины – ввести в круг основных моделей, современных методов математического описания и характеристики флуктуационных явлений, встречающихся в различных областях физики. Обучить студентов использовать полученные знания теории флуктуационных явлений для решения стохастических физических задач.

5. Задачи дисциплины.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен знать основные модели флуктуационных явлений и их статистические свойства, владеть методами решения стохастических дифференциальных уравнений, описывающих эволюцию флуктуаций.

6. Компетенции

6.1. Компетенции, необходимые для изучения дисциплины: ОНК-1, ОНК-4, ОНК-5, ОНК-1 ОНК-6, СК-3. 6.2. Компетенции, формируемые в результате изучения дисциплины: ОНК-1, СК-2, СК3, ПК-2, ПК-3.

7. Компетенции, формируемые в результате освоения дисциплины.

В результате освоения дисциплины студент должен:

знать основные модели флуктуационных явлений и физические причины флуктуаций,
владеть методами анализа флуктуационных явлений, уметь решать стохастические дифференциальные уравнения, владеть навыками использования вероятностного подхода при анализе практических задач.

8. Содержание и структура дисциплины.

Вид работы	Семестр 7	Всего
Общая трудоемкость, акад. часов	72	72
Аудиторная работа	54	54
Лекции, акад. часов	18	18
Семинары, акад. часов	36	36
Самостоятельная работа, акад. часов	18	18
Вид итогового контроля	зачет	зачет

N раздела	Наименование раздела	Трудоёмкость (академических часов) и содержание занятий				Форма текущего контроля
		Аудиторная работа			Самостоятельная работа	
		Лекции	Семинары	Лабораторные работы		
1	Основные понятия описания флуктуационных явлений <i>Лекции 1 и 2</i>	<i>№1. 2 часа.</i> Детерминированное и стохастическое описание. Функции распределения плотности вероятности. Моментные характеристики; ковариации, корреляции. Характеристическая функция, кумулянты. Многомерное гауссовское распределение.	4 часа Типичные одномерные функции распределения плотности вероятности и соответствующие им характеристические функции. Связь кумулянтов и моментов. Контрольная работа. Демонстрация формирования гауссовского закона распределения на доске Гальтона.		1 часа Проработка лекционного материала. Расчёт кумулянтов с первого до четвертого порядка для одномерных законов распределения. (см. список Основной литературы в разделе 12)	ДЗ КР Об Оп

2	2 Модели случайных процессов	<p><i>№2. 2 часа.</i> Стационарные случайные процессы (СП) и поля, однородность и изотропность случайных полей. Корреляционная функция стационарного СП и её свойства Теорема Винера – Хинчина. Одномерная, двумерная и трёхмерная спектральные плотности. Эргодическая теорема и усреднение по времени. Центральная предельная теорема.</p>	<p>4 часа Центральная предельная теорема на примере суперпозиции большого числа колебаний. Решение задач по теме «Корреляционные свойства и спектры». Коррелированность и статистическая зависимость. Спектрально-корреляционная теория случайных полей. Одномерные, двух- и трёхмерные спектры.</p>		<p>1 час Проработка лекционного материала и решение задач. (см. список Основной литературы в разделе 12)</p>	<p>ДЗ КР Об Оп</p>
---	------------------------------	--	---	--	--	---

	Лекция 3	<p>№3. 2 часа. Гауссовский случайный процесс. Узкополосный стационарный СП; статистические характеристики квадратурных компонент и комплексной амплитуды. Импульсный случайный процесс, пуассоновский процесс. Пуассоновская импульсная последовательность, временные и спектральные характеристики. Формула Шоттки. Случайный телеграфный процесс.</p>	<p>2 часа Контрольная работа ----- Тема” Преобразование случайных функций” ----- 2 часа Решение задач по теме «Гауссовские случайные процессы и их характеристики»</p>		<p>2 часа Проработка лекционного материала и решение задач. (см. список Основной литературы в разделе 12)</p>	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 0 auto;"> ДЗ, КР, Он, Об </div>
ДЗ КР Он Об ДЗ ДЗ 3	3. Марковские случайные процессы Лекции 4-6	<p>№4. 2 часа. Предварительные замечания; стохастические дифференциальные уравнения (СДУ). Марковские процессы; определение и типы процессов. Уравнение Смолуховского-Колмогорова-Чепмена. Дискретный марковский процесс: уравнение Колмогорова.</p>	<p>2 часа Решение задач по теме «Импульсные случайные процессы и их характеристики» 2 часа Решение задач по теме “ Дискретный марковский процесс”</p>		<p>2 часа. Проработка лекционного материала и решение задач. Переходы в двухуровневой системе, симметричные случайные блуждания в бесконечной системе. (см. список Основной литературы в разделе 12)</p>	ДЗ, КР, Он, Об

		<p>№5. 2 часа. Непрерывный марковский процесс; уравнение Фоккера-Планка (УФП). Винеровский (диффузионный) процесс; УФП и СДУ. Уравнение Ланжевена уравнение статистических моментов.</p>	<p>2 часа Контрольная работа Статистические характеристики винеровского процесса.</p> <p>2 часа Расчет статистических моментов на основе стохастических дифференциальных уравнений.</p>		<p>3 часа. Проработка лекционного материала и решение задач. (см. список Основной литературы в разделе 12)</p>	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;"> ДЗ КР Он Об </div>
		<p>№6. 2 часа. Вывод УФП на основе уравнения Ланжевена. СДУ с коэффициентом, меняющимся по закону случайного телеграфного процесса, формула дифференцирования. Стохастические интегралы; интегралы Ито и Стратоновича.</p>	<p>4 часа Расчет функций распределения для случайных процессов, описываемых линейными и нелинейными СДУ с коэффициентами, меняющимися непрерывно или дискретно.</p>		<p>3 часа. Проработка лекционного материала и решение задач (см. список Основной литературы в разделе 12)</p>	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;"> ДЗ КР Он Об </div>
4	4. Флуктуационные явления в линейных системах	<p>№7. 2 часа. Временное и спектральное описание отклика линейных систем. Флуктуации в резонансном RLC-контуре; теорема Найквиста для теплового шума.</p>	<p>2 часа Контрольная работа</p> <p>2 часа Решение задач по теме “Флуктуационные явления в линейных системах”</p>		<p>2 часа. Проработка лекционного материала и решение задач (см. список Основной литературы в разделе 12)</p>	ДЗ, КР, Он, Об,

9. Место дисциплины в структуре ООП ВПО

1. Дисциплина является Дисциплиной профиля (обязательная).
2. Вариативная часть, профессиональный блок, дисциплина профиля (обязательная).
3. Курс является теоретическим базисом к следующим дисциплинам: Статистический анализ и обработка сигналов при физических измерениях, Квантовая оптика, Колебательные системы с малой диссипацией, Стандарты времени и частоты, Квантовая нелинейная оптика, Корреляционная спектроскопия, Флуктуационные явления в твёрдых телах
 - 3.1. Дисциплины и практики, которые должны быть освоены для начала освоения данной дисциплины: Математический анализ, Электромагнетизм, Функциональный анализ, Теория вероятностей, Теория колебаний.
 - 3.2. Дисциплины, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее.
Данная дисциплина предусмотрена в 7-ом семестре, ее освоение необходимо для научно-исследовательской работы, выполнения курсовой и дипломной работ.

10. Образовательные технологии

Студентам при чтении лекций даются домашние задания, по которым проводятся контрольные работы с оценкой. На семинарах проводится обсуждение и опрос по тематике прочитанных лекций, и каждом семинаре проводятся небольшие контрольные работы.

11. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации

Текущая аттестация проводится несколько раз в течение семестра. Критерии формирования оценки – оценка по контрольным работам, посещаемость лекций, активность студентов на семинарах, уровень подготовки к лекциям, выполнение докладов.

Примеры из домашних заданий:

- 1) Для гауссовского флуктуационного процесса $x(t)$ среднее $\langle x(t) \rangle = 0$, корреляционная функция $\langle x(t)x(t+\tau) \rangle = \langle xx(\tau) \rangle = R(\tau)$; найти $\langle x^2 x^2(\tau) \rangle$ и $\langle x^3 x(\tau) \rangle$.
- 2) Найти среднее значение случайного процесса $x(t) = a \cos(\omega t + \varphi(t))$. Флуктуирующая фаза $\varphi(t)$ распределена по гауссовскому закону.
- 3) Рассчитать корреляционную функцию для винеровского процесса.
- 5) Определить среднее число положительных и отрицательных переключений в случайном телеграфном процессе.
- 6) Рассчитать дисперсию приращения для винеровского процесса.
- 7) Найти функцию распределения плотности вероятности линейного уравнения Ланжевена.

Промежуточная аттестация проводится в форме контрольных работ с оценкой на каждом семинаре. Критерии формирования оценки – уровень знаний и умения решать задачи по пройденной части курса.

Пример контрольных вопросов к лекциям:

- 1) Дать определение эргодичности стационарного случайного процесса.
- 2) Привести пример стационарного, но неэргодического стационарного случайного процесса.
- 3) Может ли быть нестационарный случайный процесс неэргодическим. Если да, то привести пример.
- 4) Записать стохастическое дифференциальное уравнение для фильтра нижних частот и его решение. Найти связь среднеквадратичных значений флуктуаций на выходе с подаваемыми на вход.

Пример задач на контрольных

1. Определить характеристическую функцию и кумулянты для пуассоновского процесса.
2. Определить среднее $\langle \exp ax \rangle$, если x - случайный гауссовский процесс.

3. Вычислить коррелятор вида $\langle x(t_1)x(t_2)x(t_3)x(t_4) \rangle$, если $x(t)$ - гауссовский случайный процесс.
4. Найти корреляционную функцию интеграла от случайной функции $x(t)$.
5. Рассчитать производящую функцию для пуассоновского процесса.
6. На вход высокодобротного колебательного контура, описываемого стохастическим дифференциальным уравнением

$$d^2x(t)/dt^2 + 2\alpha dx(t)/dt + \omega_0^2 x(t) = \xi(t),$$

действует белый шум $\xi(t)$ со спектральной плотностью G_0 .

Найти $\langle x^2(t) \rangle$ и $\langle (dx(t)/dt)^2 \rangle$.

Итоговая аттестация зачёт.

Вопросы к зачету (пример)

1. Стационарность случайного процесса (СП) в широком и узком смысле.
Примеры стационарных и нестационарных СП.
2. Однородность и изотропность случайных полей.
Локальная однородность, структурная функция.
3. Характеристическая функция, кумулянты.
4. Теорема Винера – Хинчина для стационарных случайных процессов.
5. Основные свойства корреляционной функции и спектральной плотности.
6. Теорема Винера – Хинчина для статистически однородных и изотропных случайных полей.
6. Что такое белый? цветной шум?
7. Типичные характеристики спектральной плотности и корреляционной функции для
 - а) низкочастотного СП, б) квазигармонического СП,
 - в) белого шума.
9. Свойство эргодичности.
10. Основные свойства гауссовского случайного процесса; некоррелированность и статистическая независимость.
11. Ковариационная матрица многомерного гауссовского распределения.
12. Функции распределения для квазигармонического гауссовского СП: огибающей, фазы и интенсивности.
13. Пуассоновский процесс, пример его реализации. Чем определяется его спектр?
14. Винеровский (диффузионный) процесс.
15. Теорема Найквиста для теплового шума.
16. Формула Шоттки для дробового шума.
17. Что такое винеровский СП? Как зависит от времени его дисперсия?
18. Производящая и характеристическая функции пуассоновского процесса.
19. Случайный телеграфный процесс, его корреляция функция.
20. Понятие марковского случайного процесса.
21. Уравнение Смолуховского-Колмогорова-Чепмена для марковских процессов.
22. Уравнение Колмогорова для дискретного Марковского процесса.
23. Формула дифференцирования для случайного телеграфного шума.
24. Стохастический интеграл Ито и стохастический интеграл Стратоновича.
25. Вывод уравнения для статистических моментов на основе уравнения Ланжевена.
26. Уравнение Фоккера-Планка для функции распределения плотности вероятности.
27. Стационарное решение уравнения Фоккера - Планка.
28. Свойства квадратурных компонент стационарного узкополосного шума.
29. Фазовая чувствительность одноконтурного параметрического усилителя.
30. Особенности спектра сжатых флуктуаций (периодически нестационарного случайного процесса).
31. Спектральная плотность удвоенной частоты стационарного и периодически нестационарного (сжатого) шума.

32. Зависит ли спектр шума на выходе линейной и нелинейной систем от статистики входного шума?
33. Что такое согласованный (оптимальный) фильтр.
34. Фильтр Кальмана

12. Учебно-методическое обеспечение дисциплины

Основная литература

1. С.А.Ахманов, Ю.Е.Дьяков, А.С.Чиркин Статистическая радиофизика и оптика. Случайные колебания и волны в линейных системах - М.: Физматлит, 2010 (2-ое издание).
2. Н.Г. Ван Кампен Стохастические процессы в физике и химии – М: Высшая школа, 1990.
3. К.В. Гардинер Стохастические методы в естественных науках – М.: Мир, 1986.
4. Б.М. Миллер, А.Р. Панков Теория случайных процессов – М.: Физматлит, 2007.
5. В.С. Пугачёв Теория случайных функций – М.: Физматгиз, 1962.

Дополнительная литература

- Д1. С.М.Рытов Введение в статистическую радиофизику- М. :Наука, 1976, часть I.
- Д 2. Р.Л.Стратонович Случайные процессы в динамических системах М.-Ижевск: ИКИ, 2009. Репринтное издание книги “Избранные вопросы теории флуктуаций в радиотехнике” - М.: 1961.
- Д 3. В.Е. Шапиро, В.М. Логинов Динамические системы под воздействием случайных влияний-Новосибирск: Наука, 1983.
- Д 4. Ш.М. Коган Электронный шум и флуктуации в твердых телах – М.: Физматлит, 2009.

13. Материально-техническое обеспечение

В соответствии с требованиями п.5.3. образовательного стандарта МГУ по направлению подготовки “Физика”.

Курс может быть прочитан в любой аудитории при наличии учебной доски.