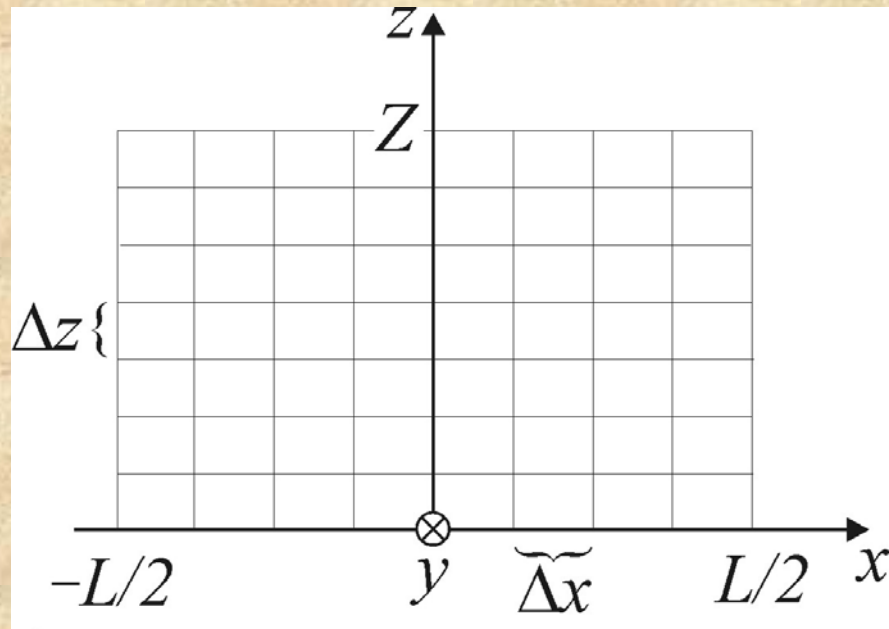


Уравнение квазиоптики: $2i \frac{\partial E}{\partial z} = \frac{\partial^2 E}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E}{\partial y^2},$

$$E(x, y, 0) = \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2}\right) \cdot \exp\left(i \frac{x^2 + y^2}{2f}\right),$$

$$E(-L/2, y, z) = 0, \quad E(L/2, y, z) = 0,$$

$$E(x, -L/2, z) = 0, \quad E(x, L/2, z) = 0.$$



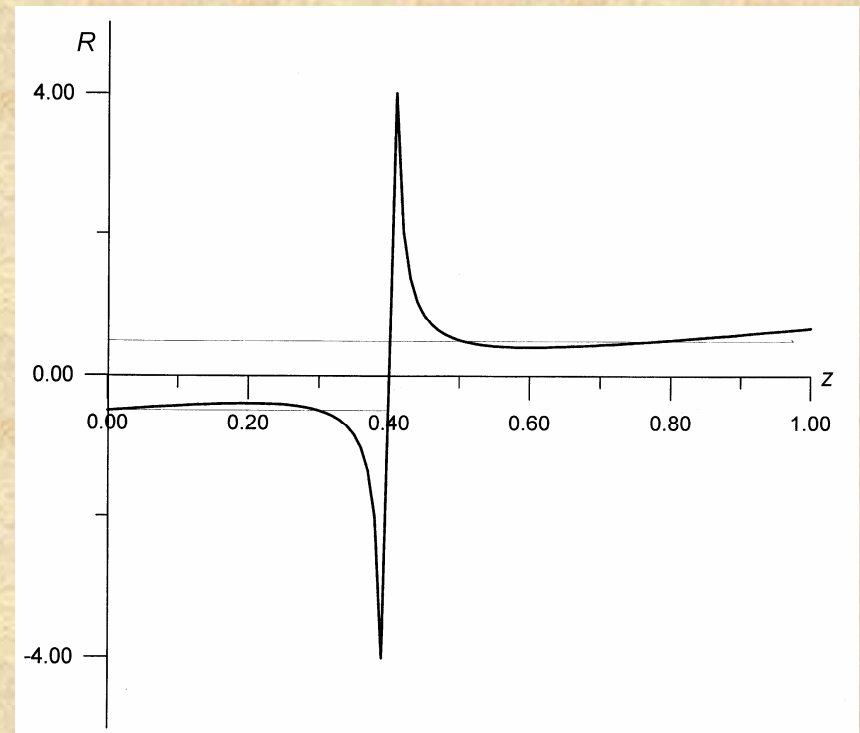
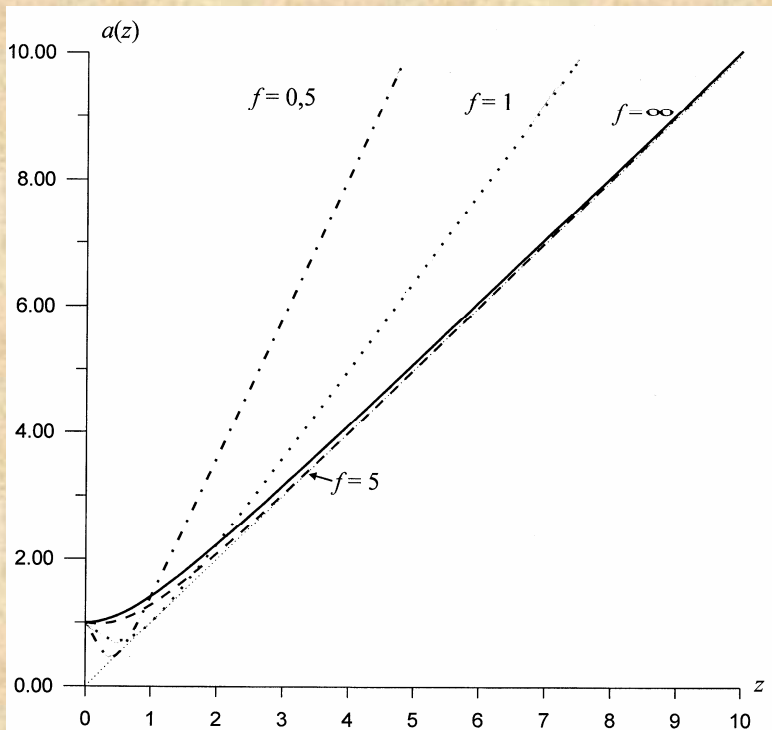
Тестовые задачи дифракции

Радиус пучка

$$a(z) = \sqrt{z^2 + \left(1 - \frac{z}{f}\right)^2}.$$

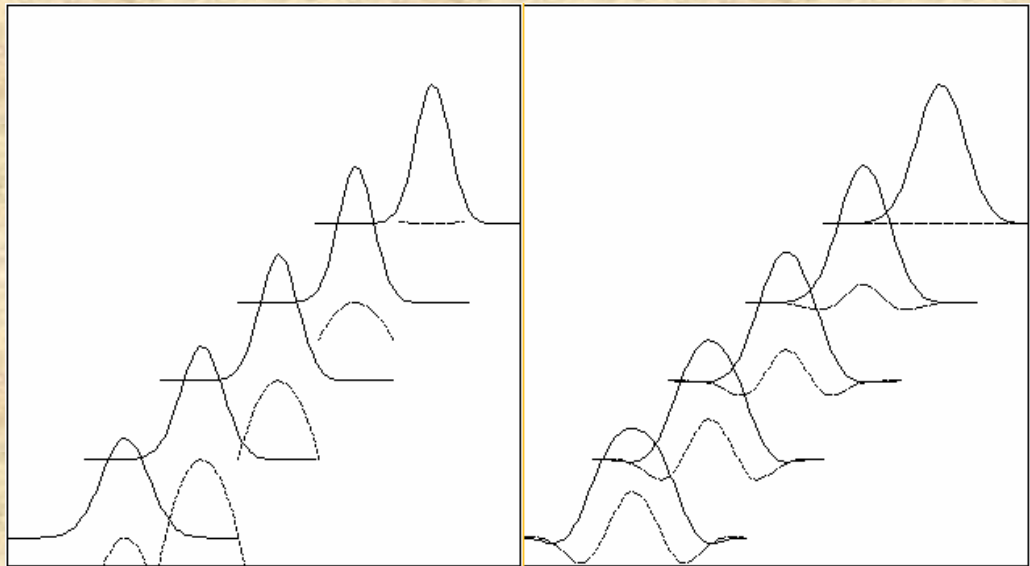
Радиус кривизны
волнового фронта

$$R = \frac{2zf - f^2 - (f^2 + 1)z^2}{f - (f^2 + 1)z}.$$

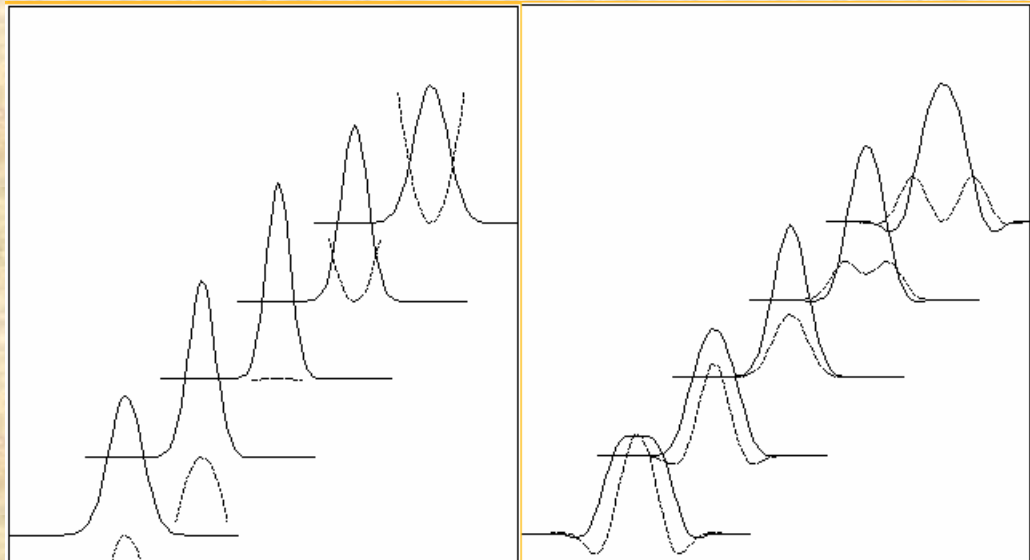


Тестовые задачи дифракции

Коллимированный пучок, $z = 1$.

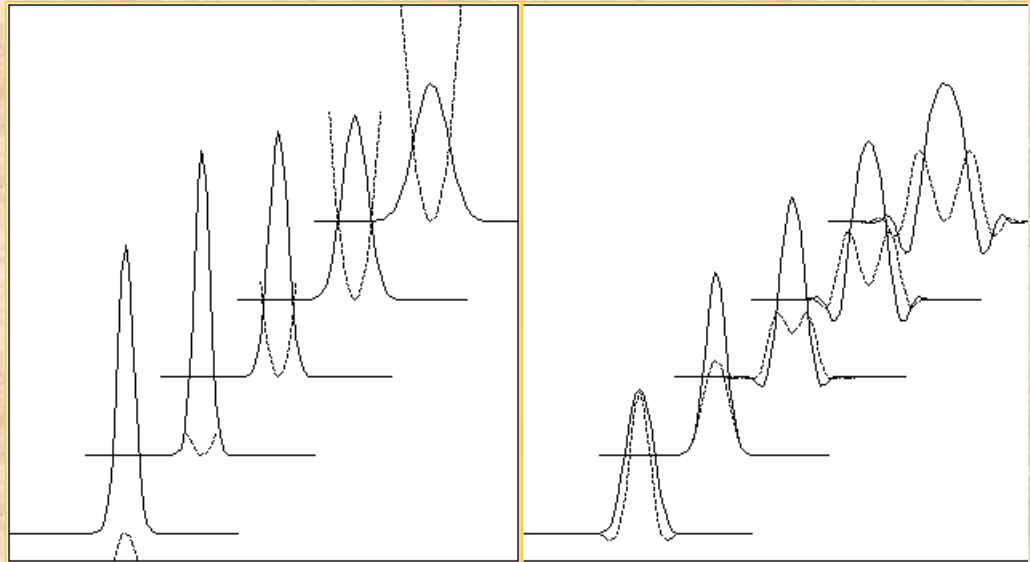


Сфокусированный пучок, $z = 1$; $R = 1$.

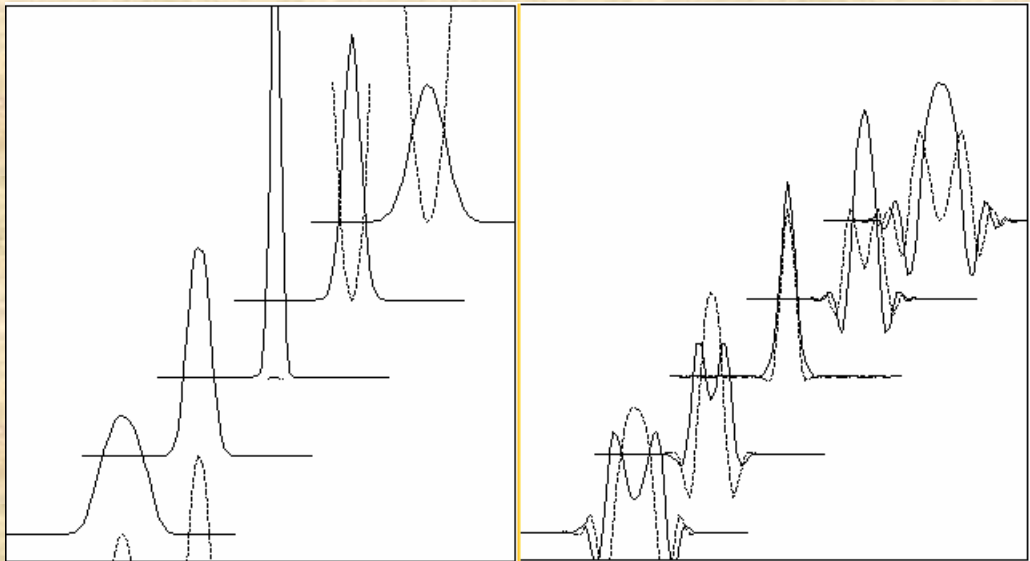


Тестовые задачи дифракции

Сфокусированный пучок, $z = 0,5$; $R = 0,5$.



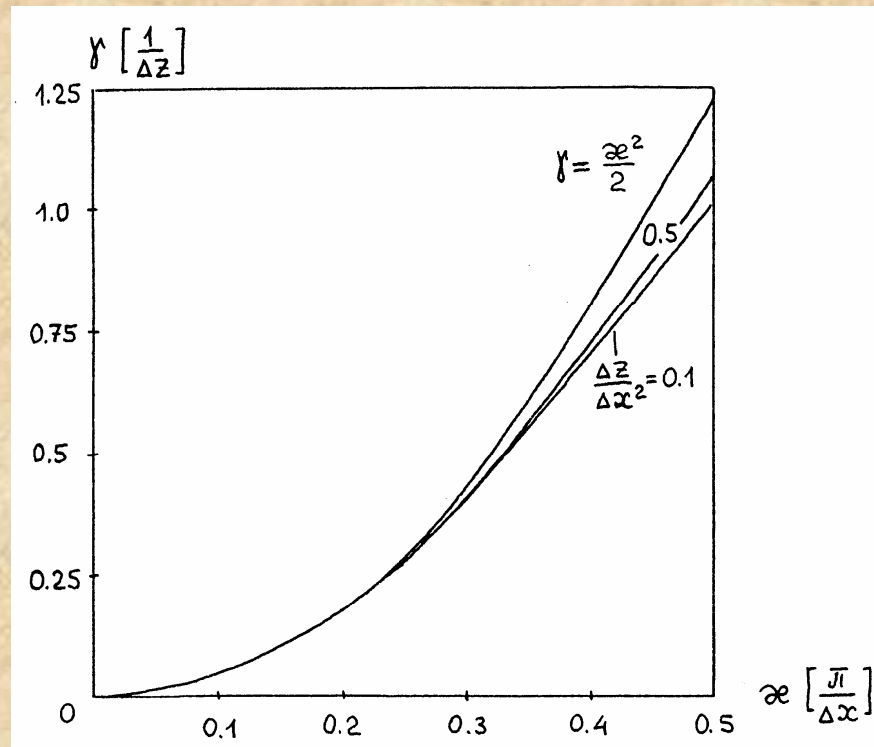
Сфокусированный пучок, $z = 0,6$; $R = 0,3$.



Дисперсия на сетке

Схема с перешагиванием: $\alpha = \frac{\Delta z}{\Delta x^2}$

$$\sin(\gamma \cdot \Delta z) = 2\alpha \sin^2\left(\frac{\kappa \cdot \Delta x}{2}\right)$$



Дисперсия и диффузия на сетке

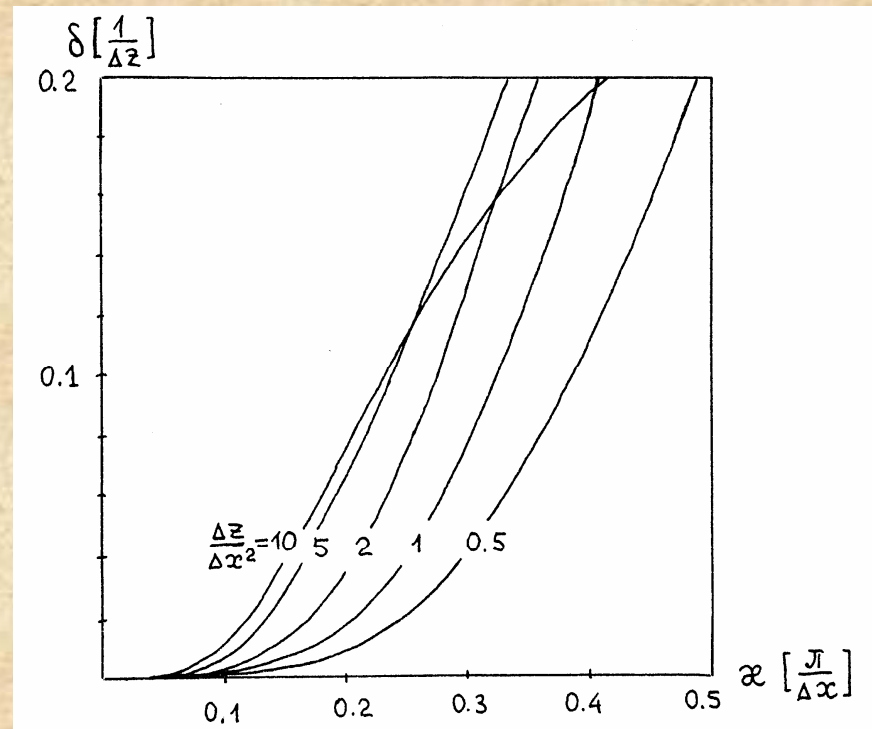
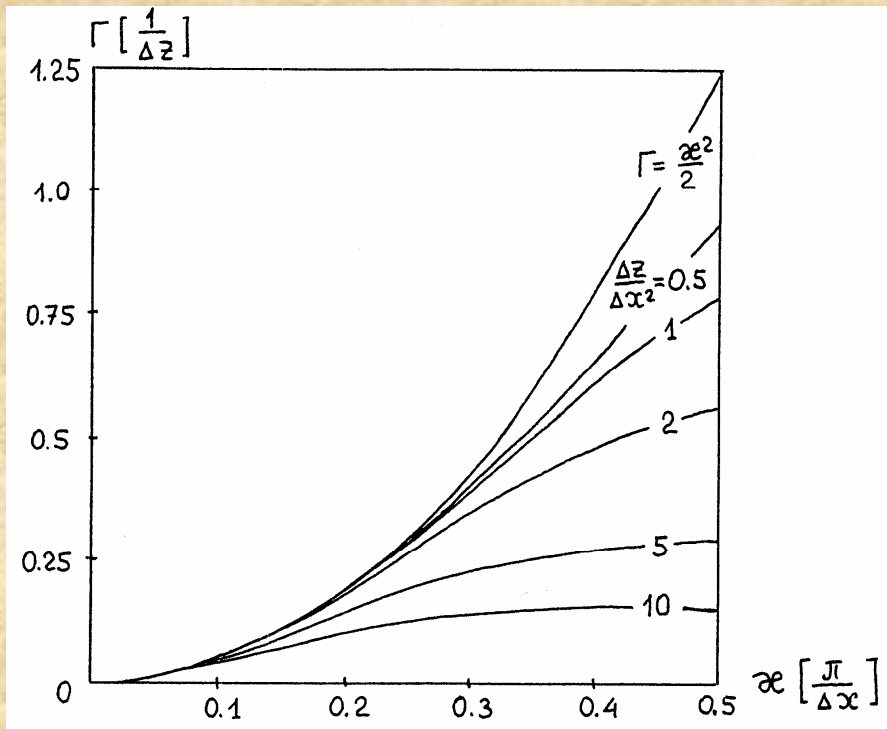
Простейшая неявная схема: $\gamma = \Gamma + i\delta$, $\alpha = \frac{\Delta z}{\Delta x^2}$.

Дисперсия

$$\operatorname{tg}(\Gamma \cdot \Delta z) = 2\alpha \sin^2\left(\frac{\kappa \cdot \Delta x}{2}\right).$$

Диффузия

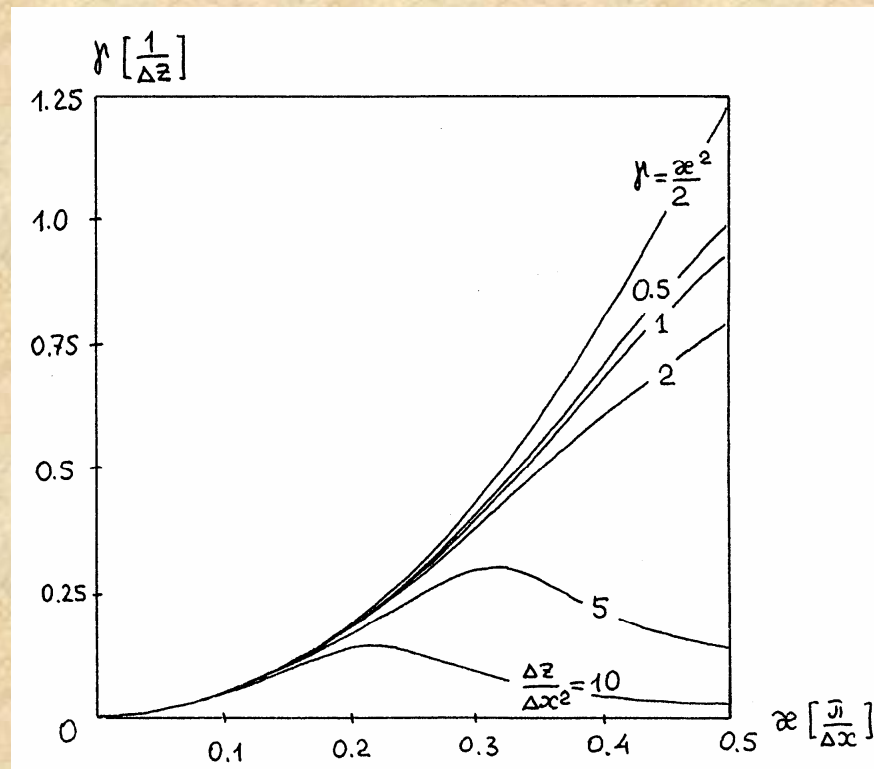
$$\delta \cdot \Delta z = \frac{1}{2} \ln\left(1 + 4\alpha^2 \sin^4\left(\frac{\kappa \cdot \Delta x}{2}\right)\right)$$



Дисперсия на сетке

Схема Кранка-Николсона: $\alpha = \frac{\Delta z}{\Delta x^2}$

$$\sin(\gamma \cdot \Delta z) = \frac{2\alpha \sin^2(\kappa \cdot \Delta x / 2)}{1 + \alpha^2 \sin^4(\kappa \cdot \Delta x / 2)}$$



Уравнение квазиоптики

$$2i \frac{\partial E}{\partial z} = \frac{\partial^2 E}{\partial x^2}$$



DOSBox 0.74.Ink

$$E(x, 0) = \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) \cdot \exp\left(i \frac{x^2}{2f}\right),$$

$$E(-L/2, z) = 0, \quad E(L/2, z) = 0.$$

Методы решения:

1. Схема с перешагиванием
2. Простейшая неявная схема
3. Метод Кранка-Николсона

Схема с перешагиванием

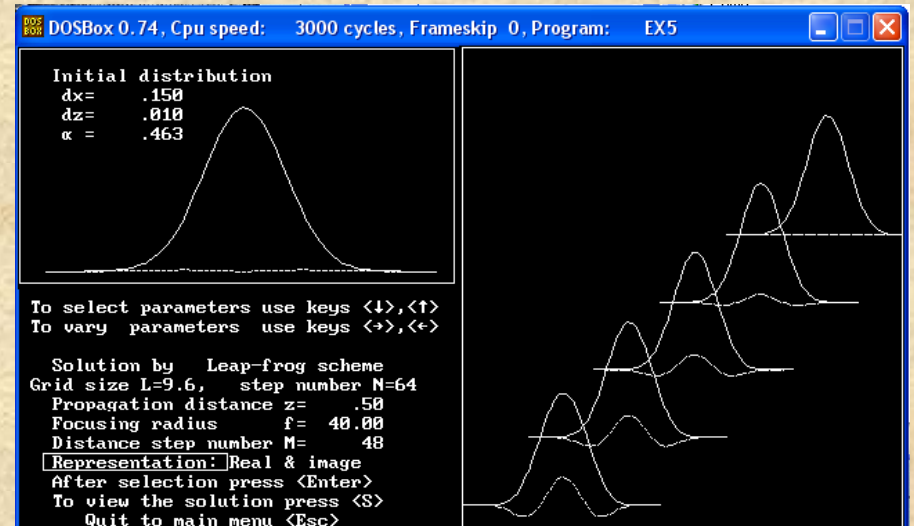
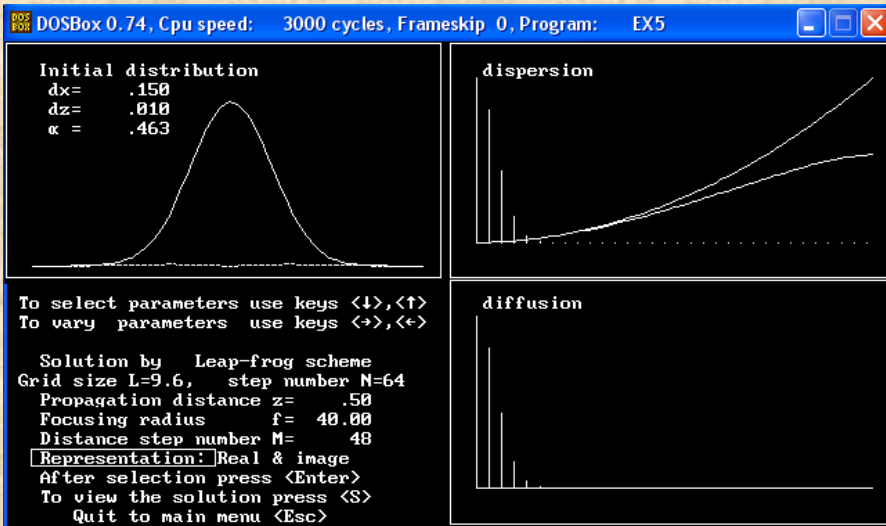
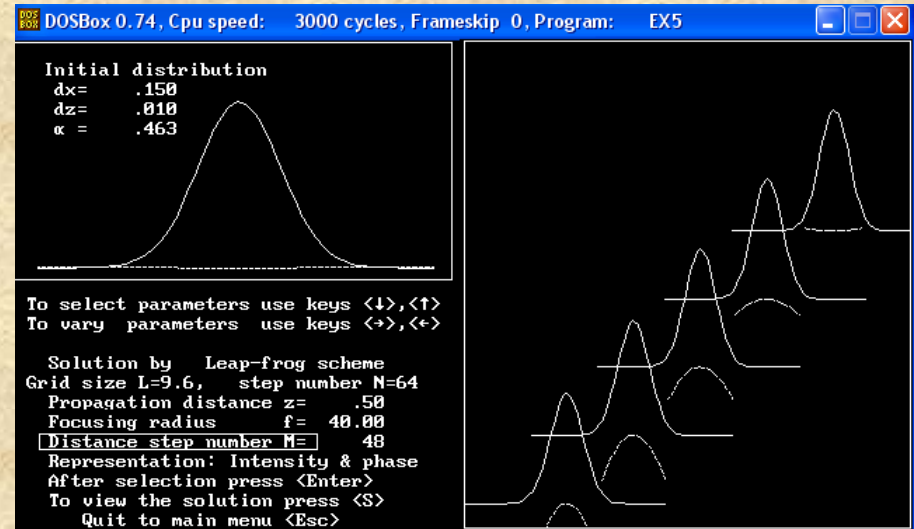
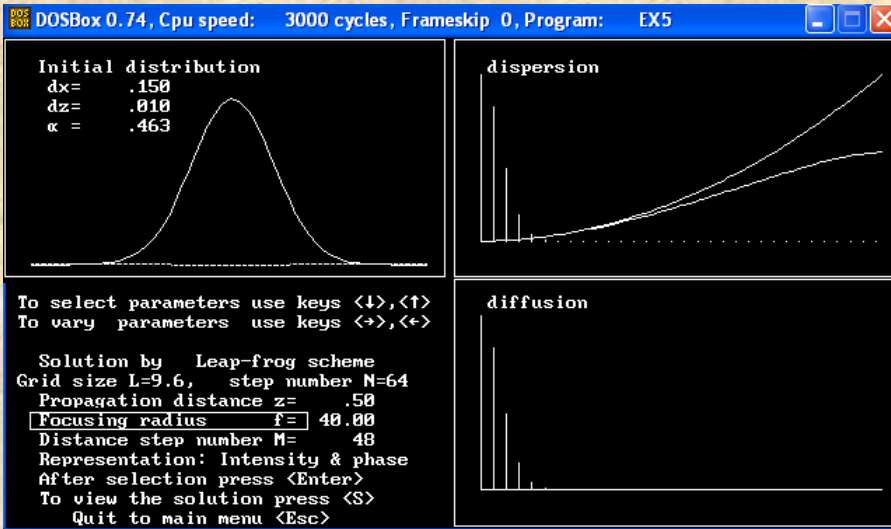
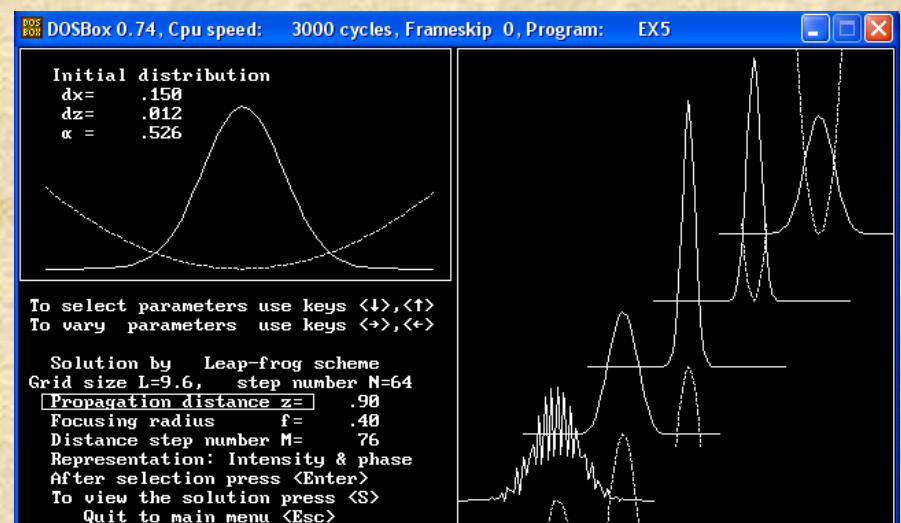
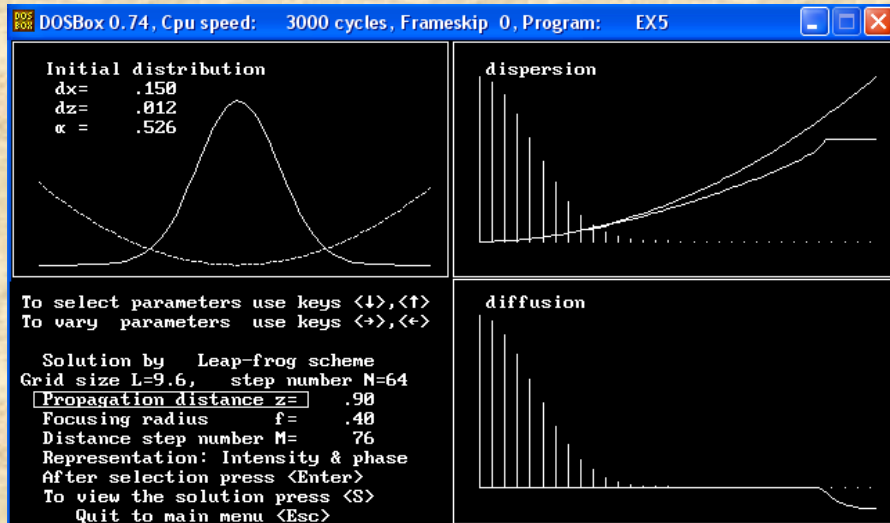
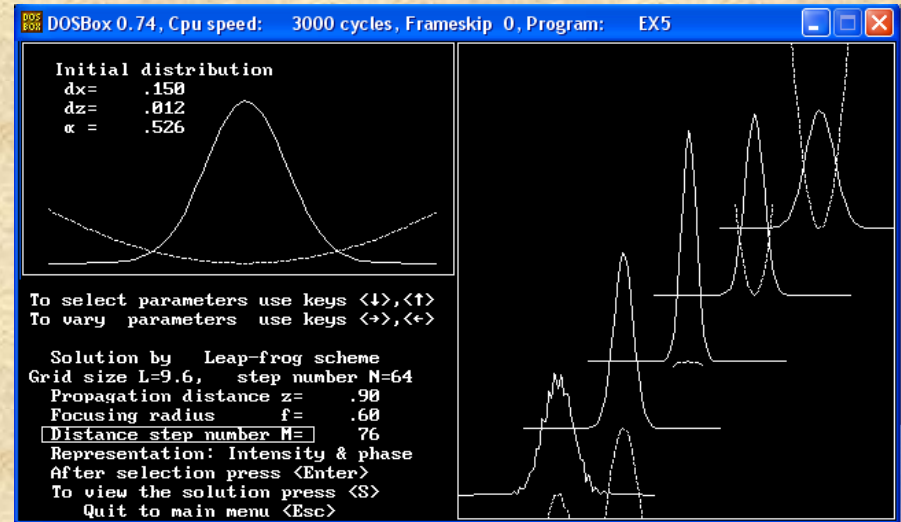
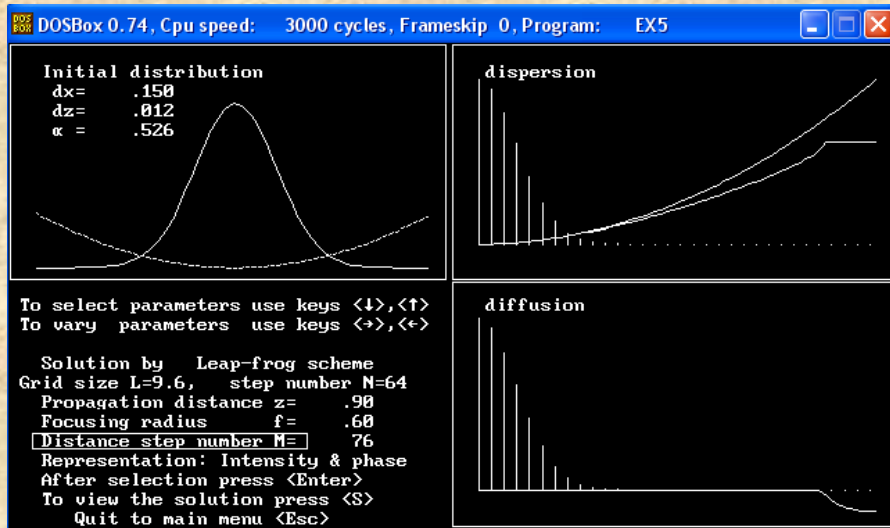


Схема с перешагиванием



Неявная схема

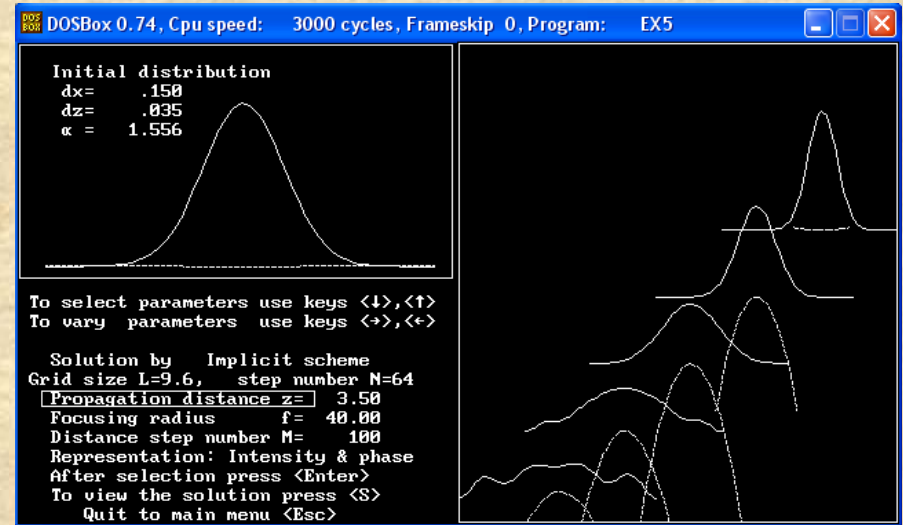
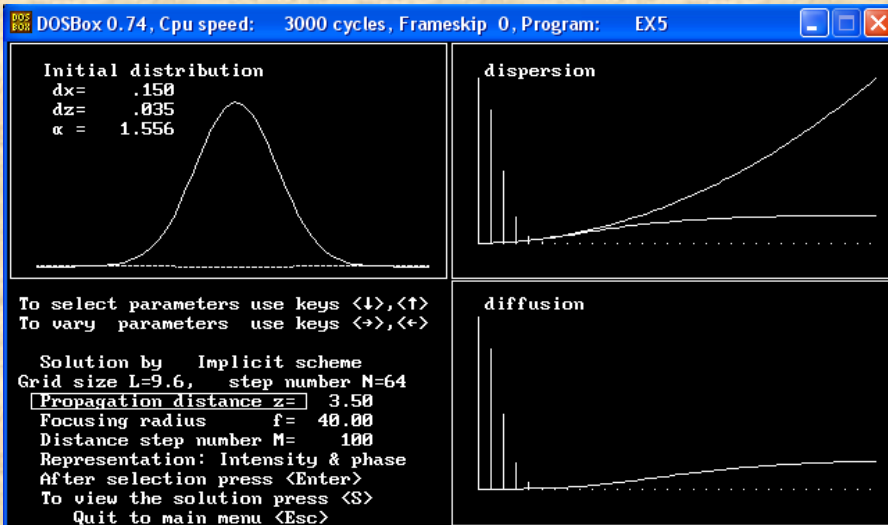
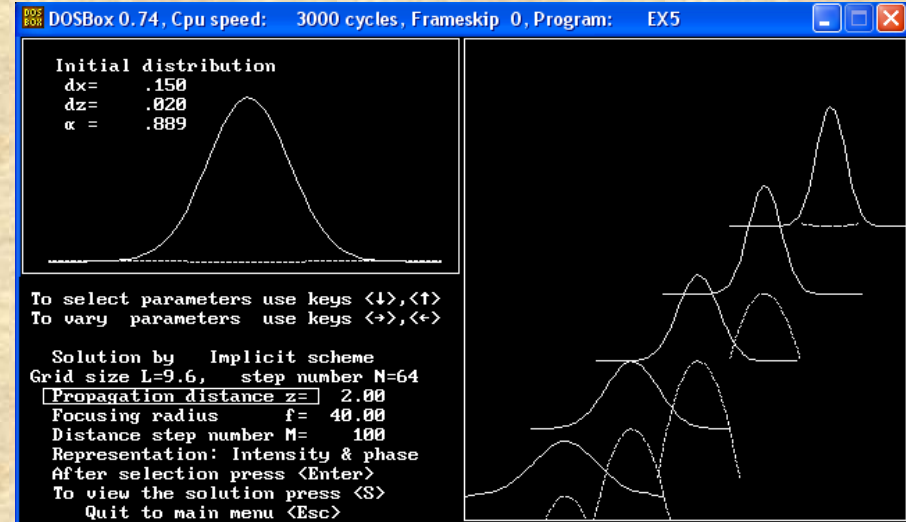
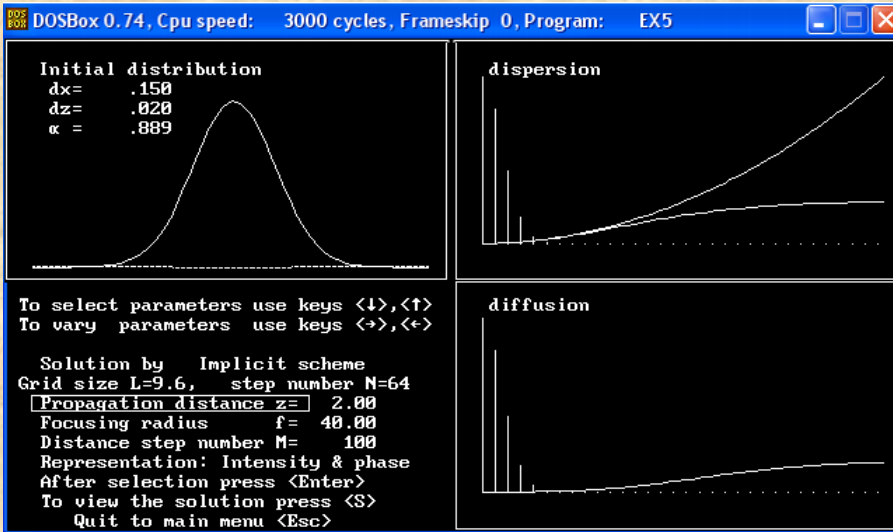


Схема Кранка-Николсона

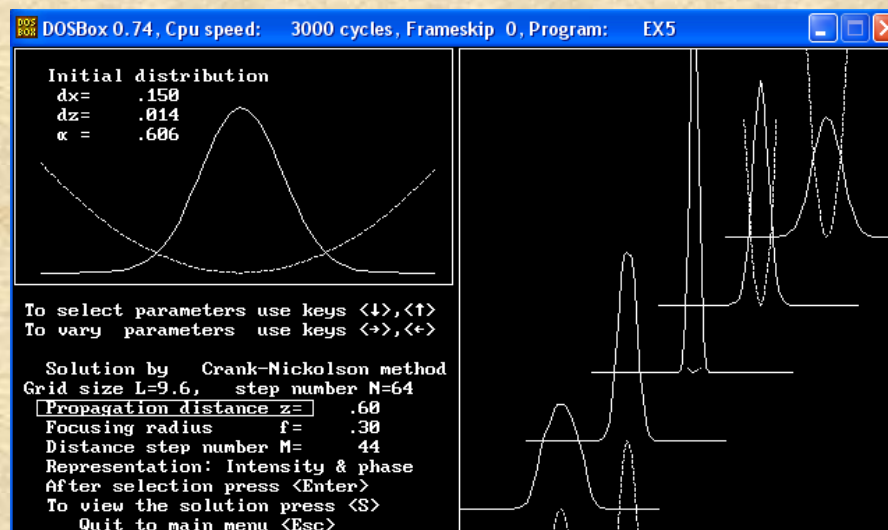
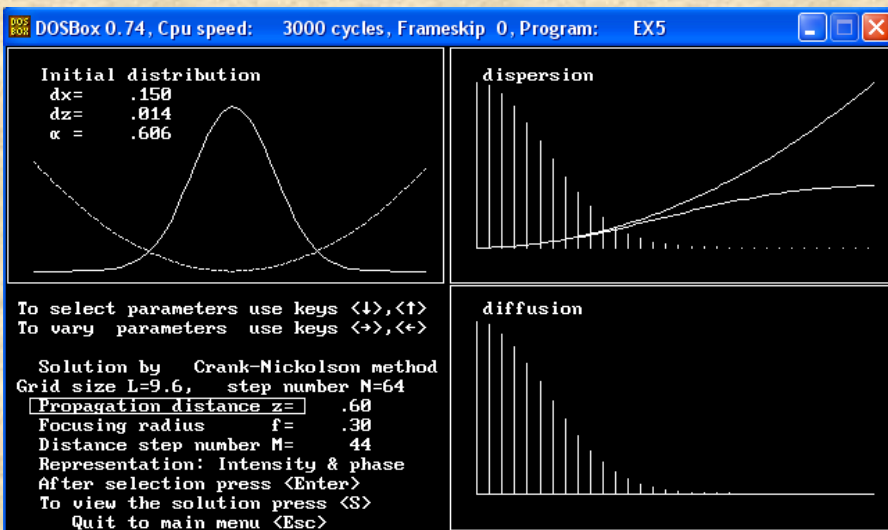
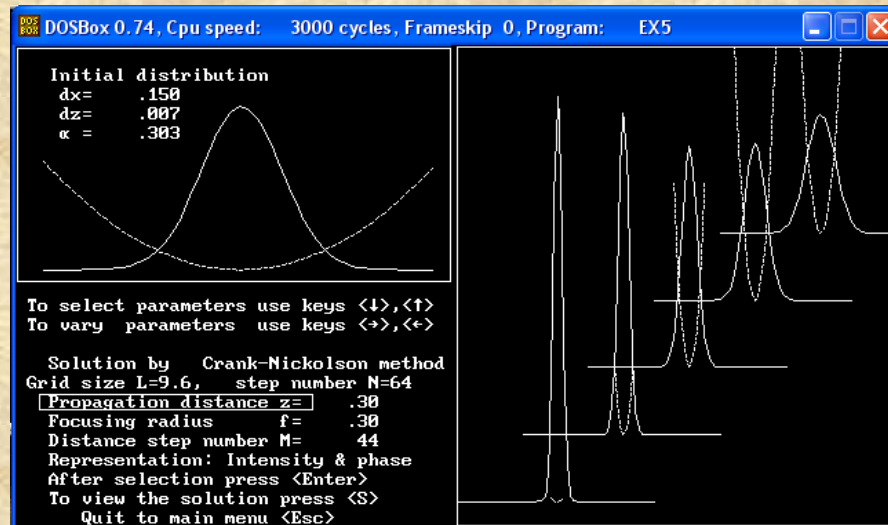
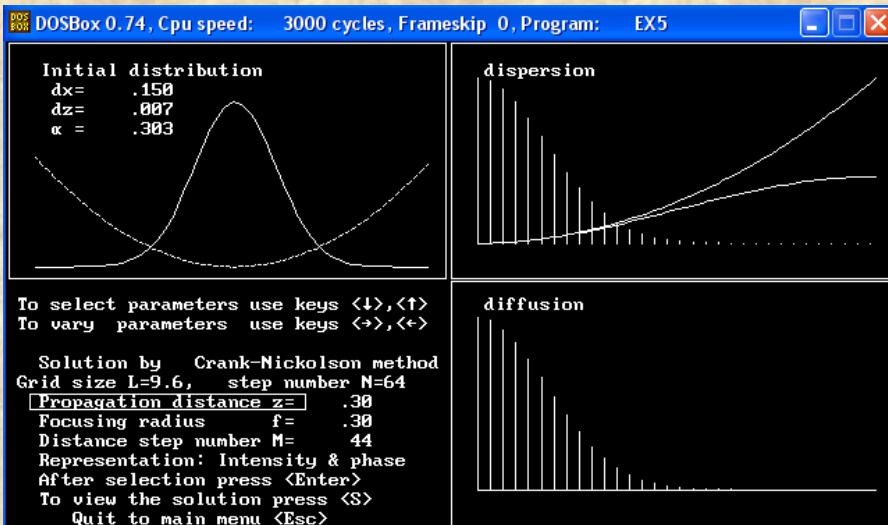
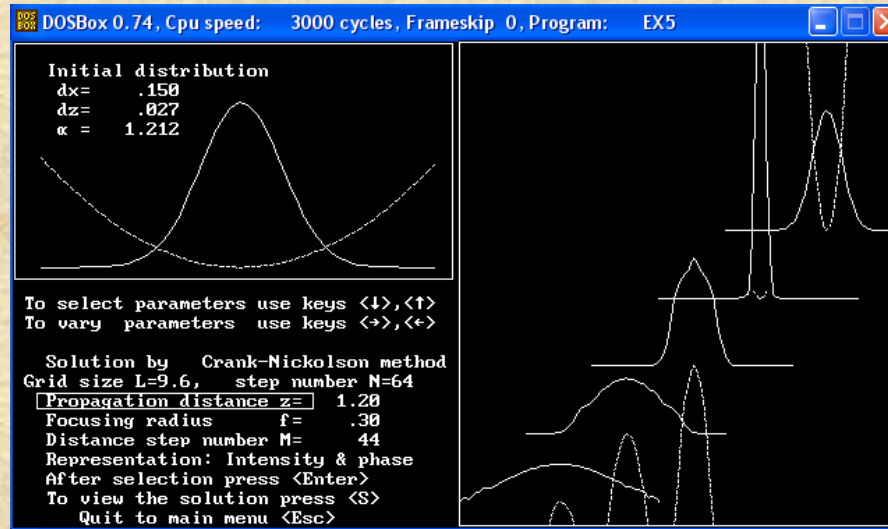
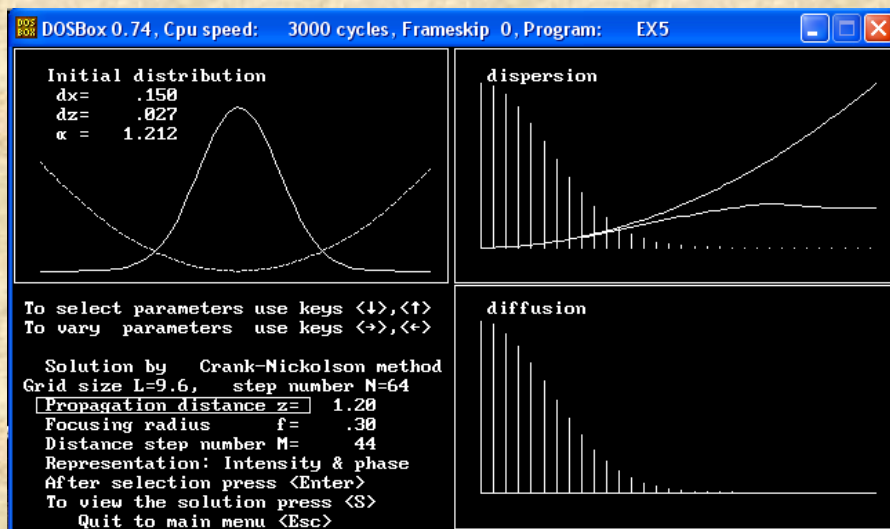
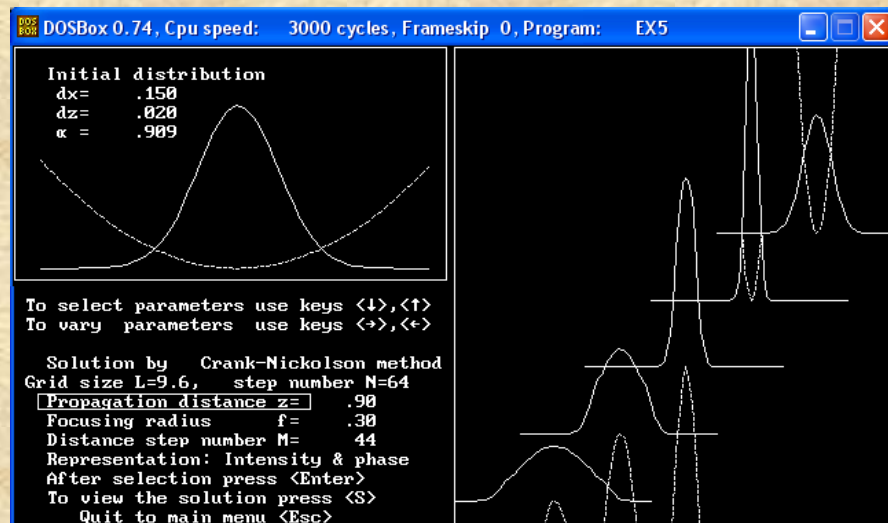
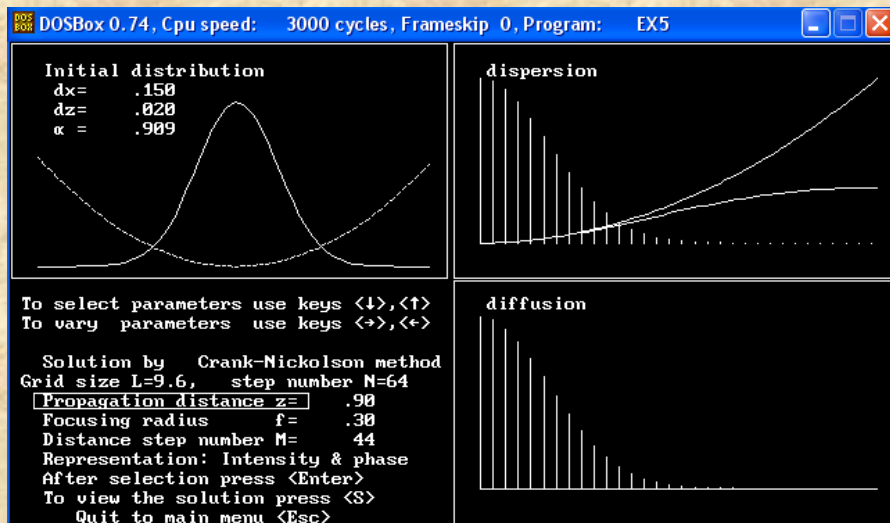
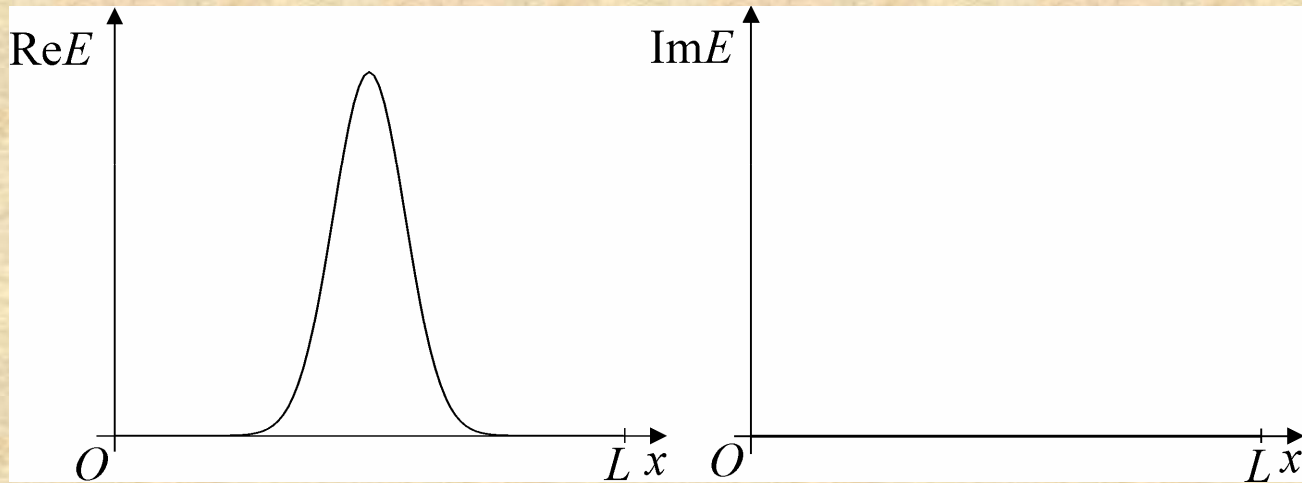


Схема Кранка-Николсона

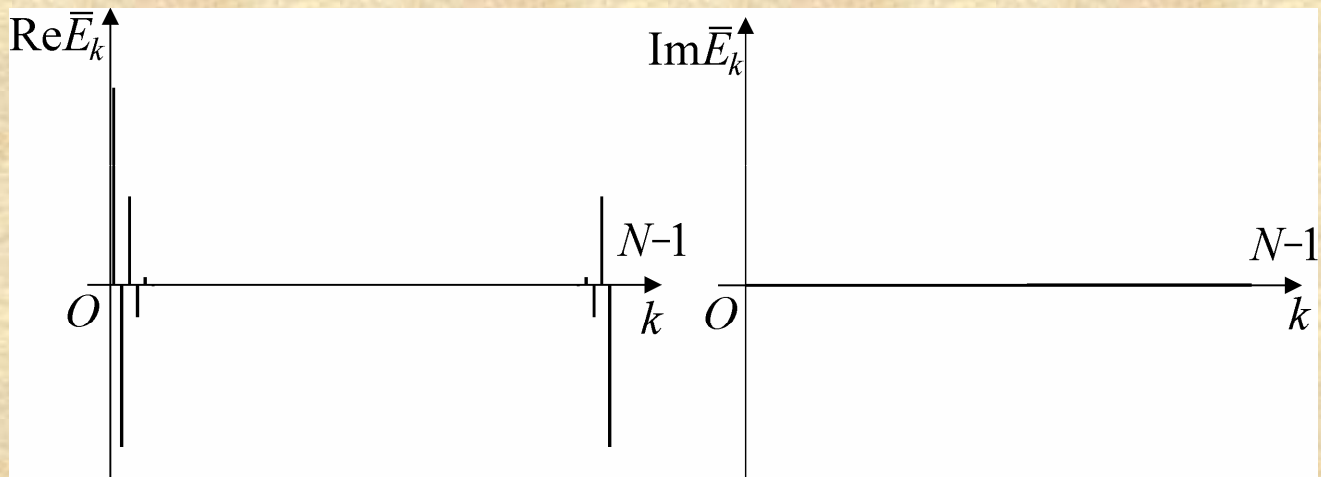


Коллимированный пучок

Поле на входе (при $z = 0$)

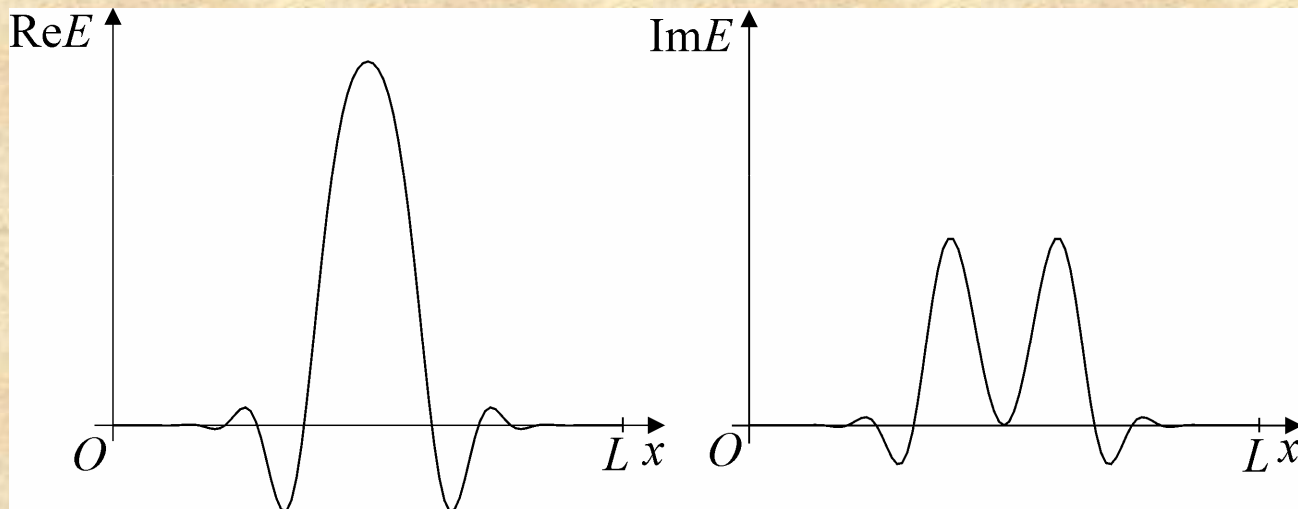


Спектр входного поля

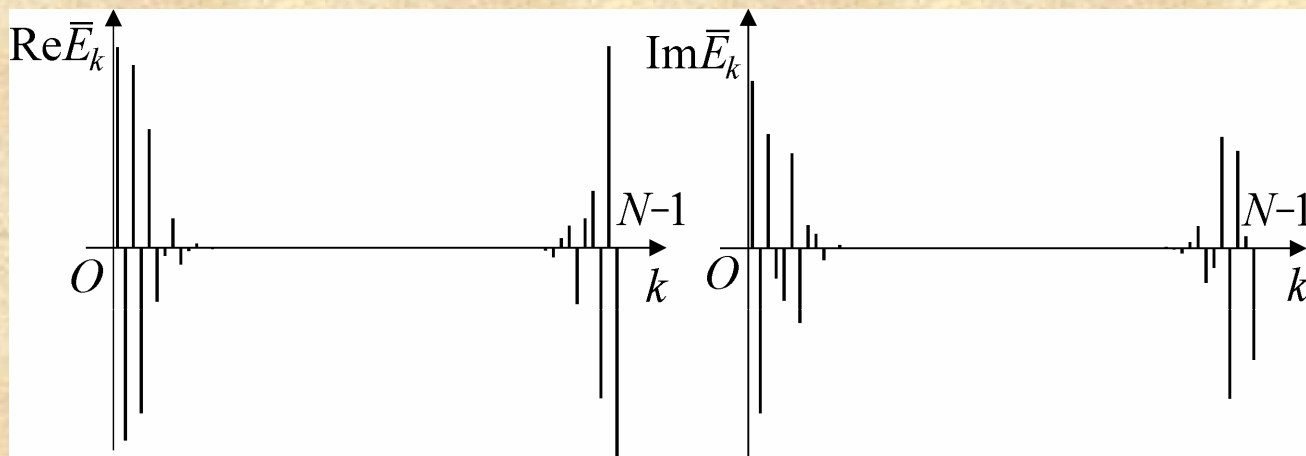


Сфокусированный пучок ($f = 0,5$)

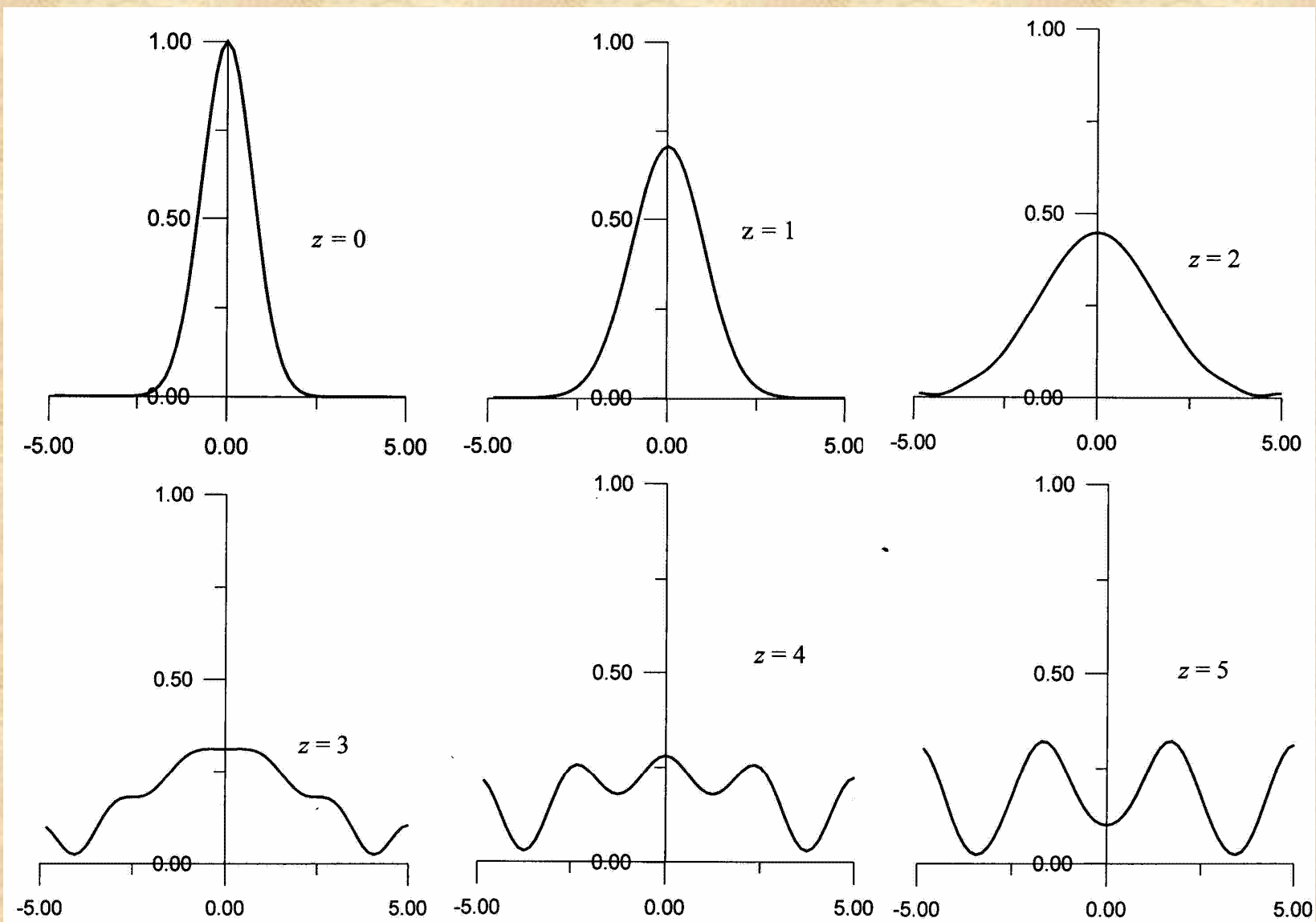
Поле на входе (при $z = 0$)



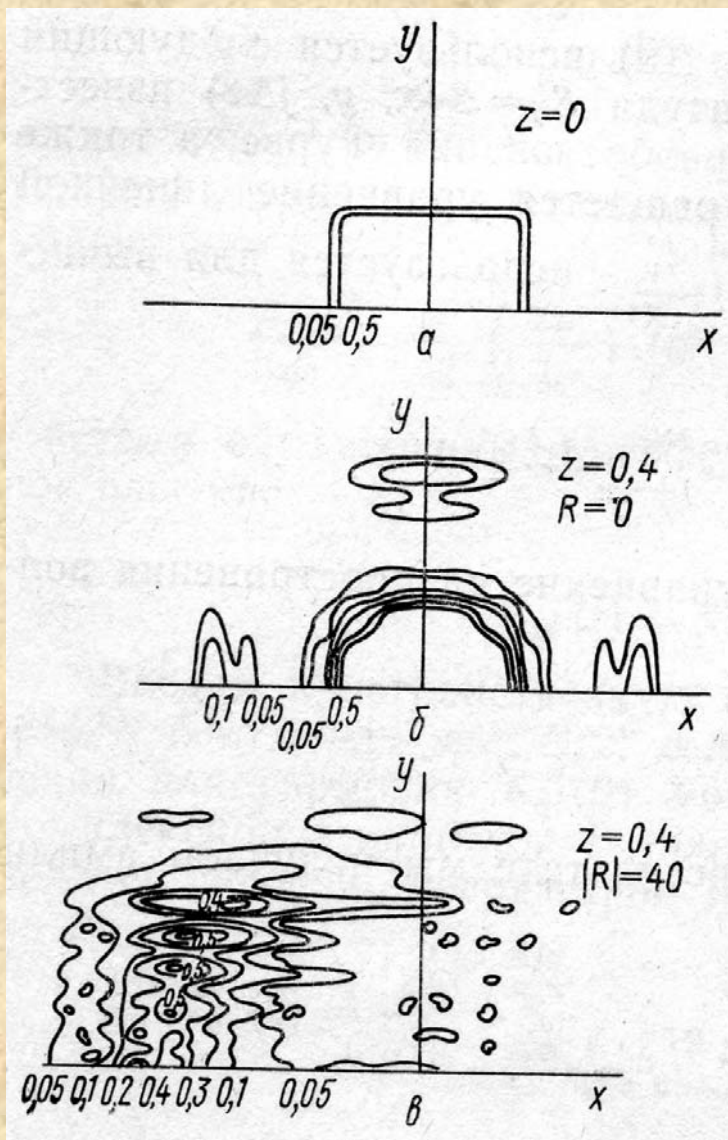
Спектр входного поля



Спектральный метод



Пример применения спектрального метода



**Тепловое самовоздействие
светового пучка квадратного
сечения в условиях бокового
ветра**

С.С. Чесноков

**Быстрое преобразование Фурье
в задачах теплового самовоздействия**

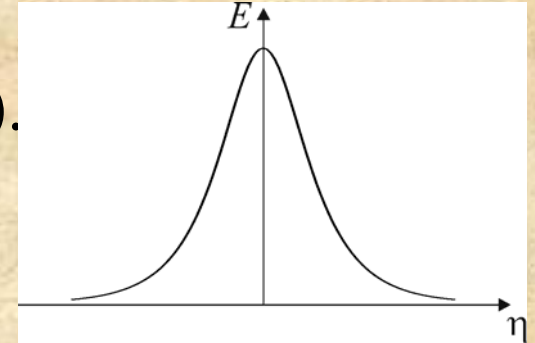
**Вестник Московского университета.
Серия Физика. Астрономия,
1980, Т. 21, № 6, с. 27-31**

Сравнение расчетных схем

T.R. Taha, M.J. Ablowitz. J. of Comput. Physics, 1984, v.55, p. 203-230

$$i \frac{\partial E}{\partial z} = \frac{\partial^2 E}{\partial \eta^2} + |E|^2 E, \quad E(\eta, 0) = A \operatorname{sech}(A\eta).$$

$$E^0(\eta, z) = A \operatorname{sech}(A\eta - 4Az) \exp(i\phi(Az)).$$



Шаги Δz и $\Delta \eta$ подбирались так, чтобы $L_1 = \max_{\eta} |E - E^0| \leq 0,005$.

V_1 – отклонение по энергии, V_2 – отклонение по гамильтониану.

Схема решения	Δz	$\Delta \eta$	V_1	V_2	Время решения
Расщепление + БПФ	0,02	0,31	0	$5 \cdot 10^{-5}$	1
Кранка-Николсона	0,005	0,05	10^{-5}	-0,00557	30,8
Трехслойная явная	0,000625	0,05	0,0001	0,00536	41,2
Явно-неявная	0,001	0,05	-0,004	-0,012	64,1