

Обыкновенные дифференциальные уравнения

$$\frac{dy}{dt} = -y, \quad y(0) = y_0,$$

$$\frac{dy}{dt} = y, \quad y(0) = y_0,$$

$$\frac{dy}{dt} = -iy, \quad \operatorname{Re} y(0) = y_0, \operatorname{Im} y(0) = 0.$$

Методы:

1. Эйлера,
2. Leap frog
3. Двухшаговый
4. Рунге-Кутта

Оценка точности



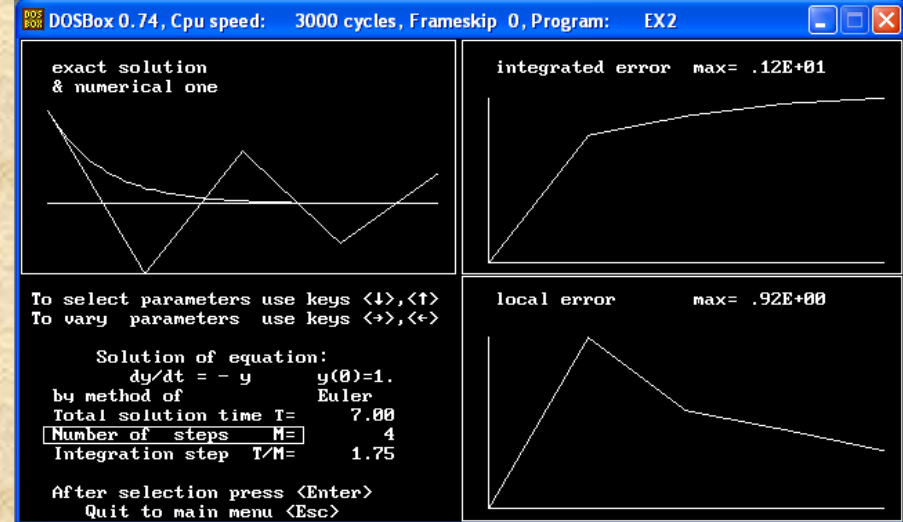
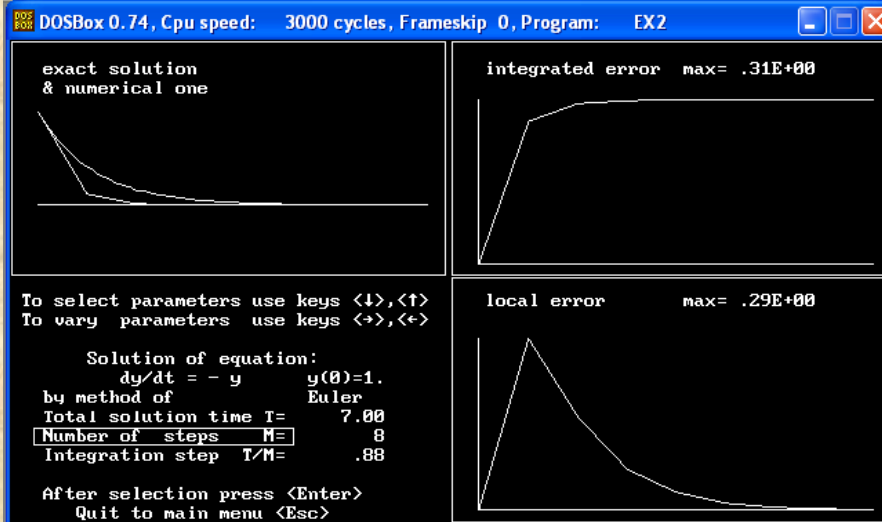
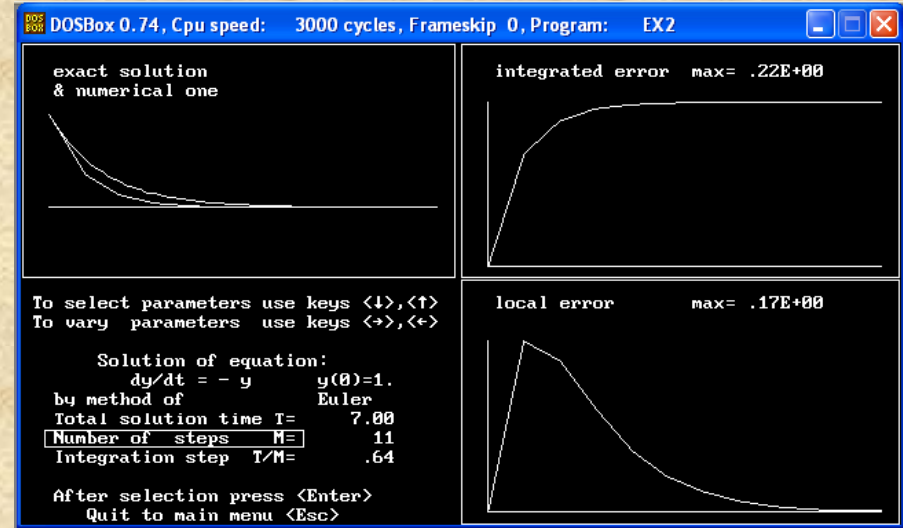
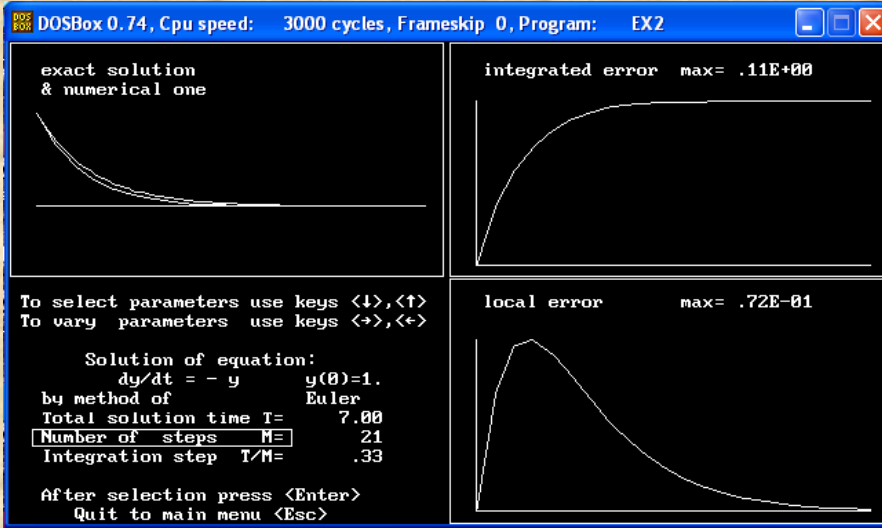
DOSBox 0.74.Ink

$$\text{Integrated error} = \frac{\int_0^t (y_{num}(t) - y_{exact}(t))^2 dt}{\int_0^t (y_{exact}(t))^2 dt},$$

$$\text{Local error} = |y_{num}(t) - y_{exact}(t)|.$$

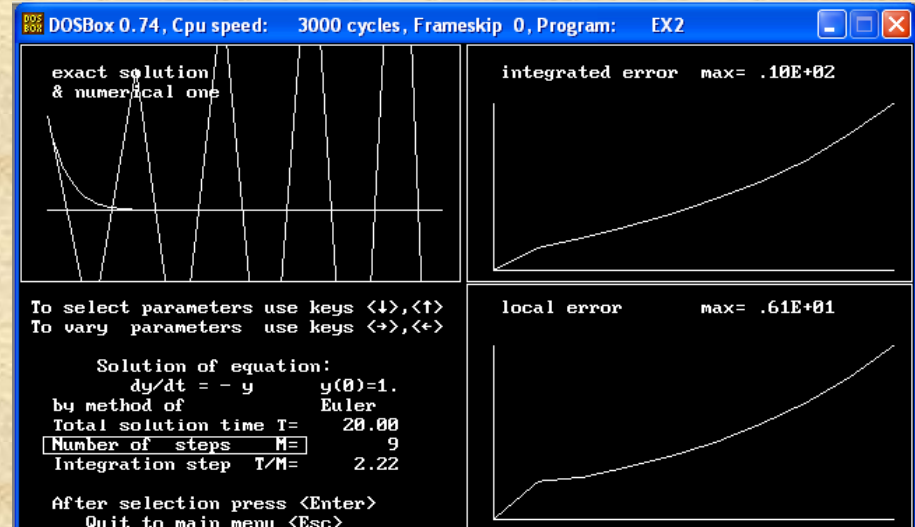
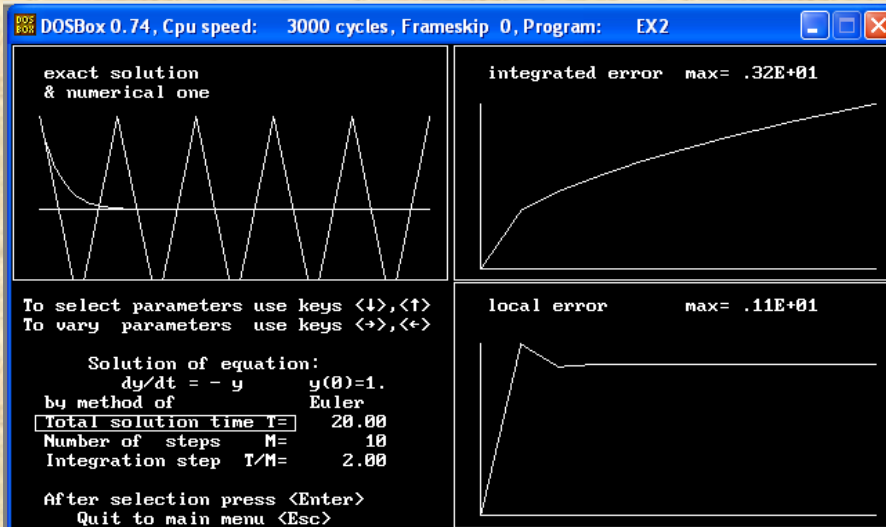
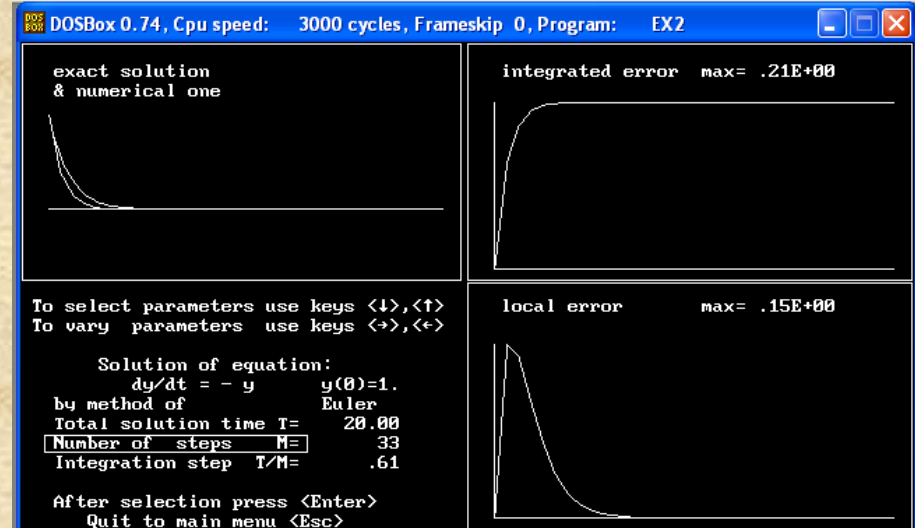
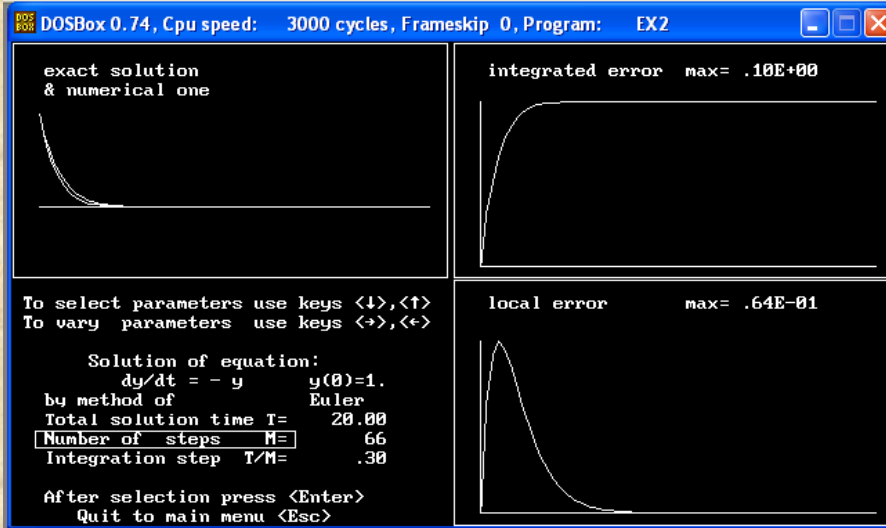
Уравнение $\frac{dy}{dt} = -y, \quad y(0) = y_0.$

Метод Эйлера



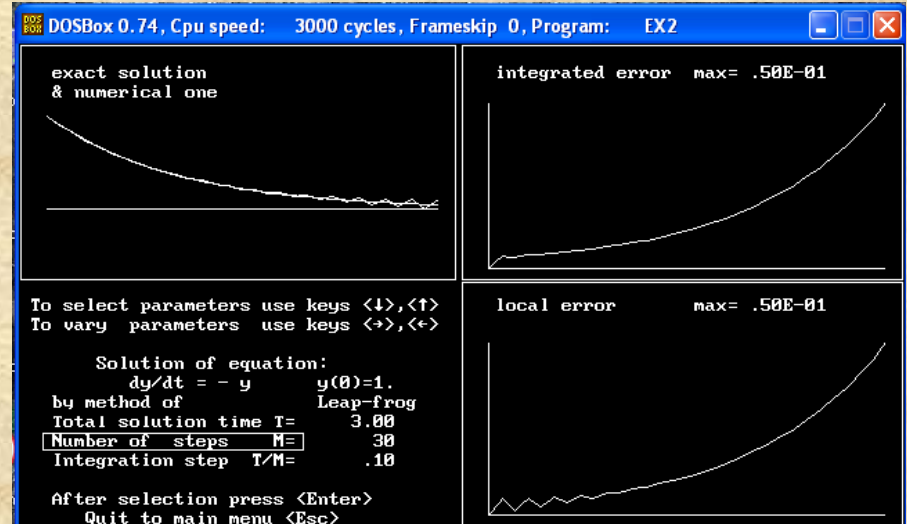
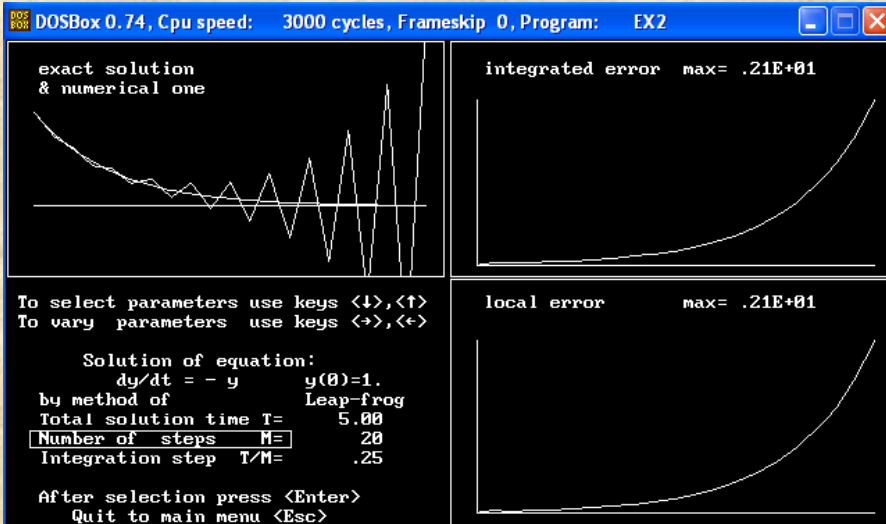
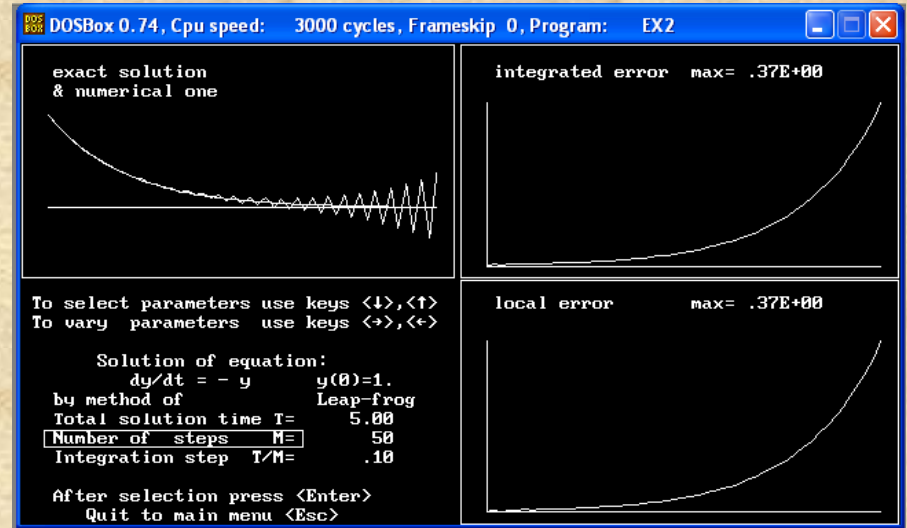
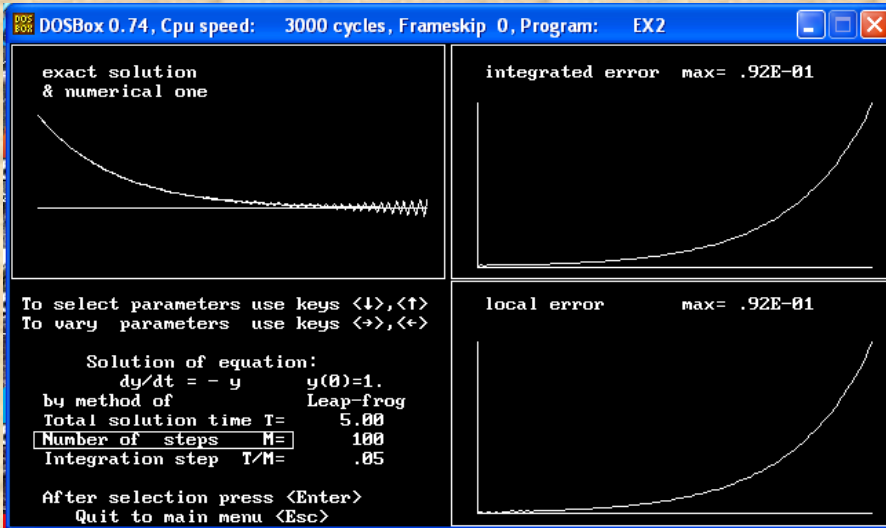
Уравнение $\frac{dy}{dt} = -y, \quad y(0) = y_0.$

Метод Эйлера



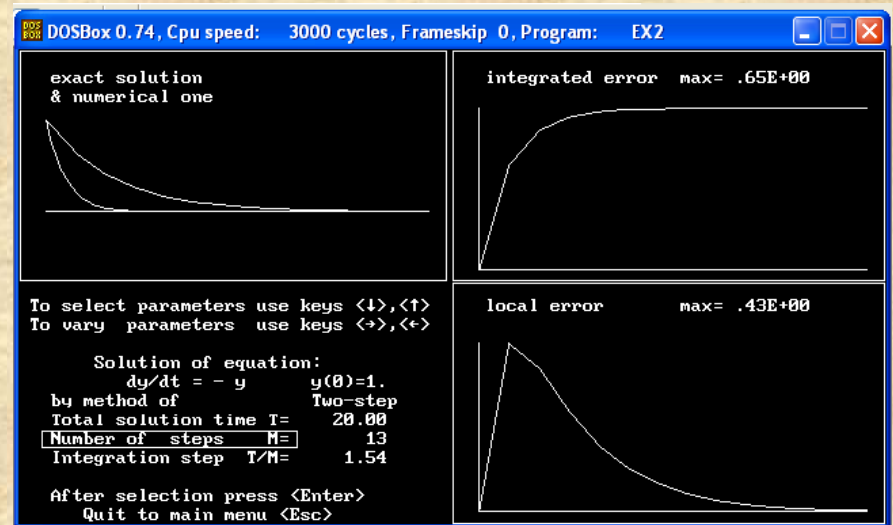
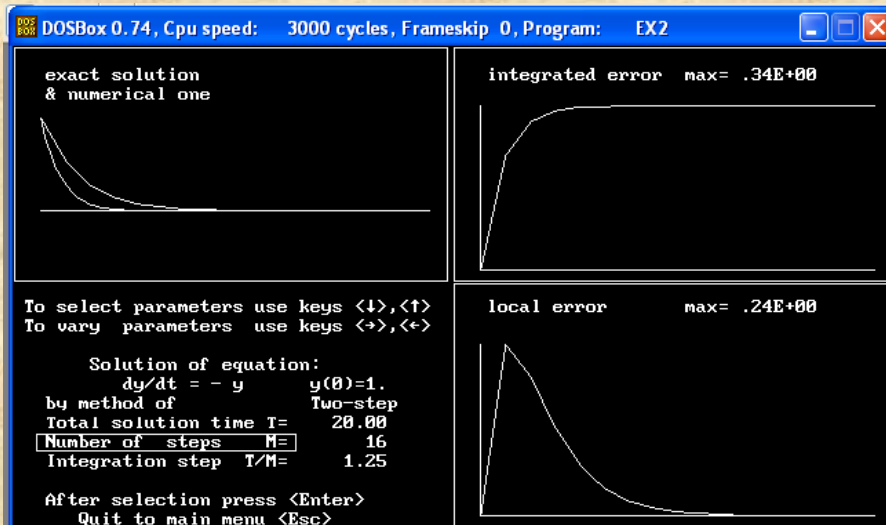
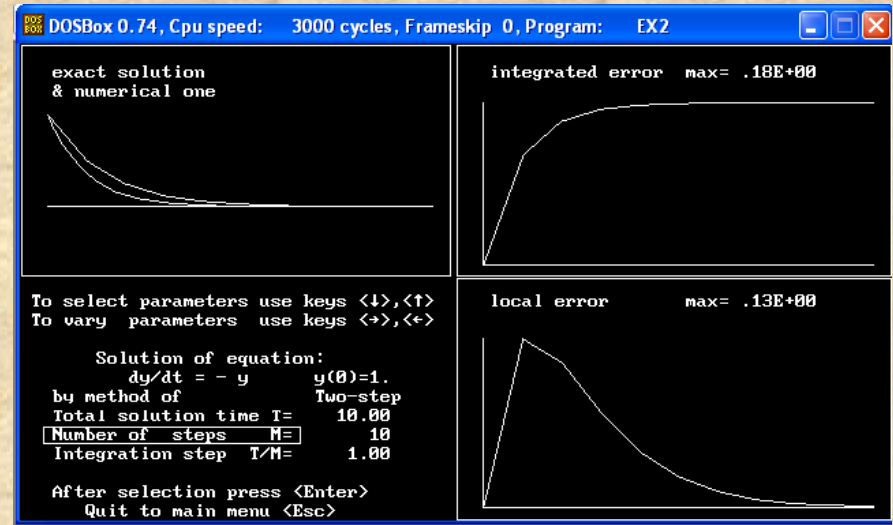
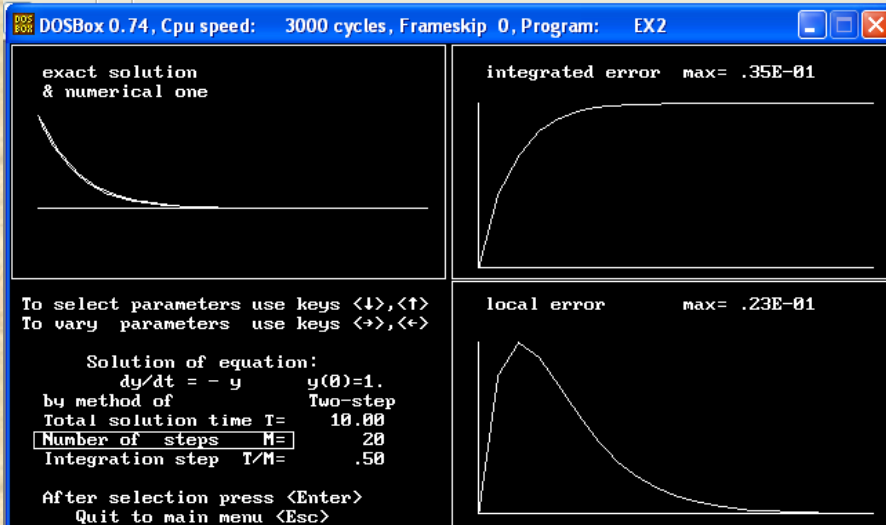
Уравнение $\frac{dy}{dt} = -y, \quad y(0) = y_0.$

Метод с перешагиванием (leap frog)



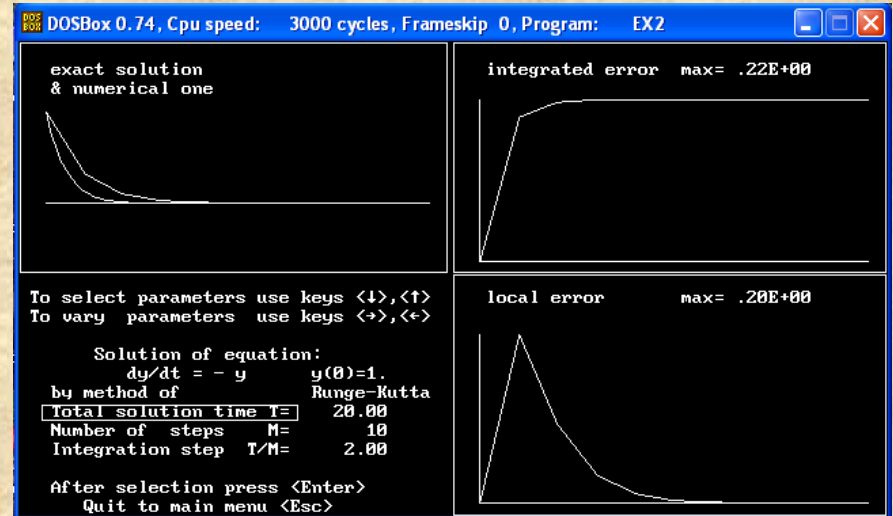
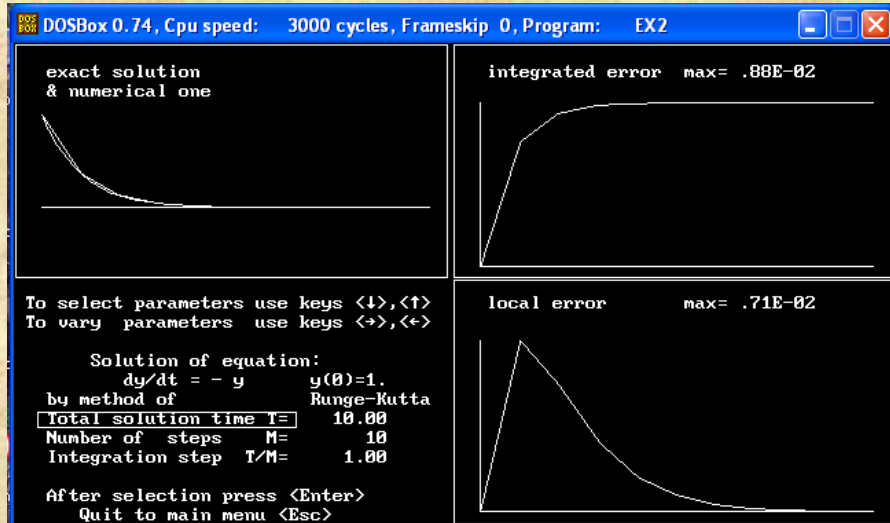
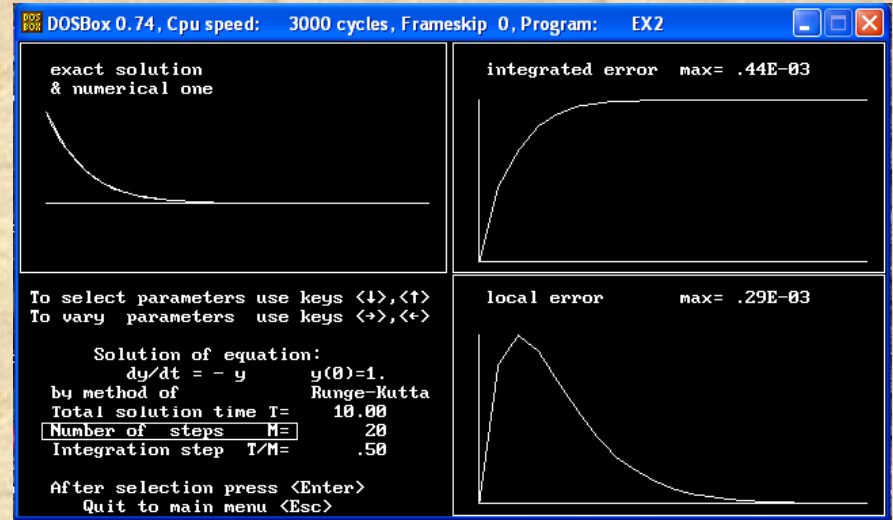
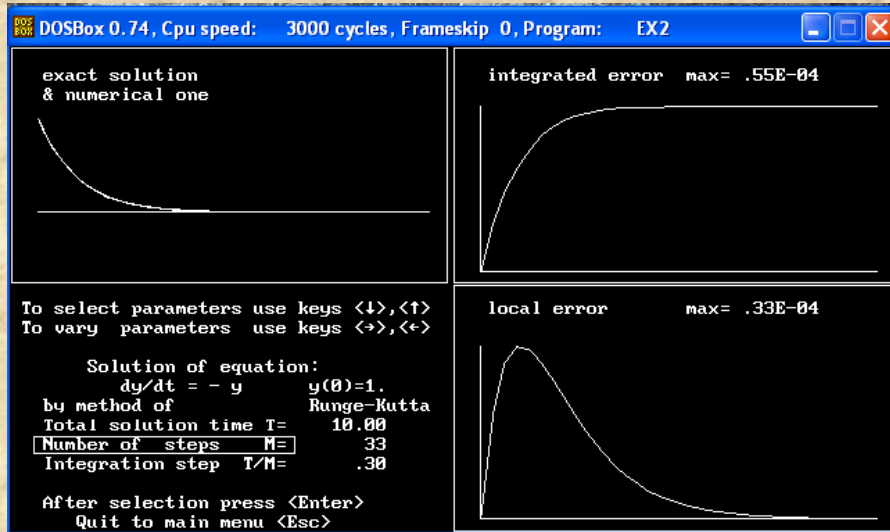
Уравнение $\frac{dy}{dt} = -y, \quad y(0) = y_0.$

Двухшаговый метод



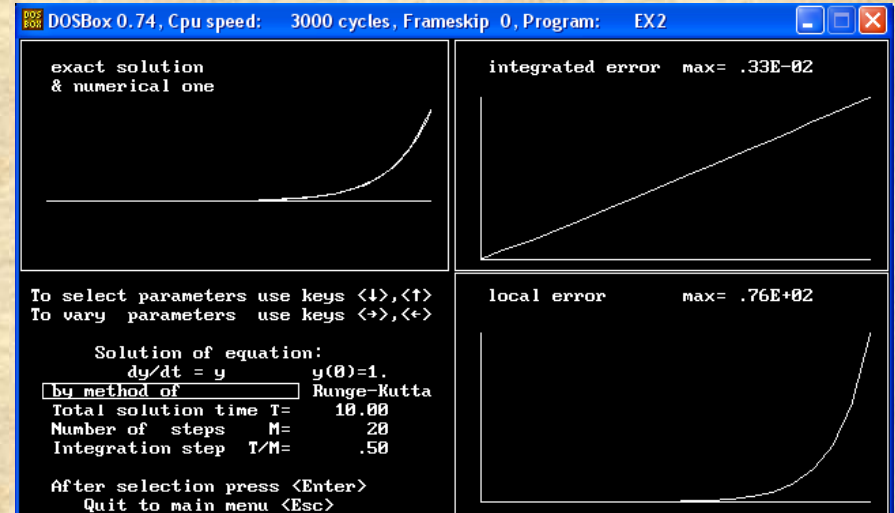
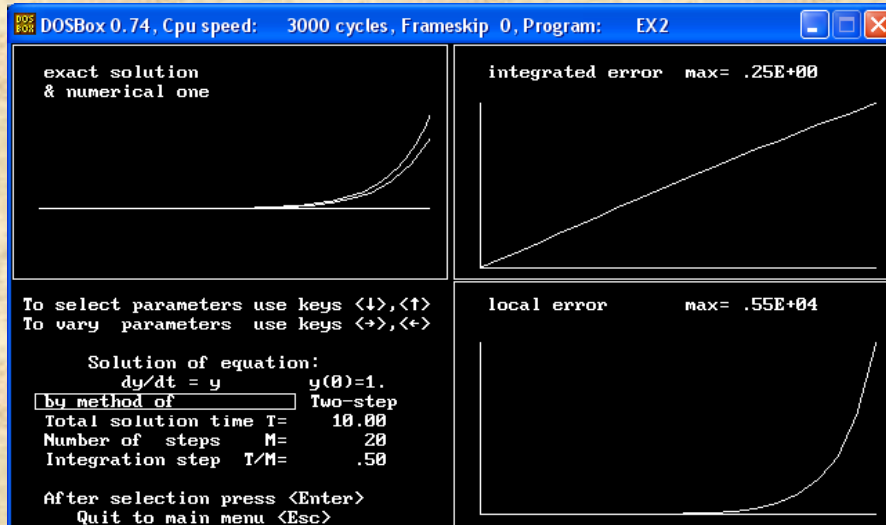
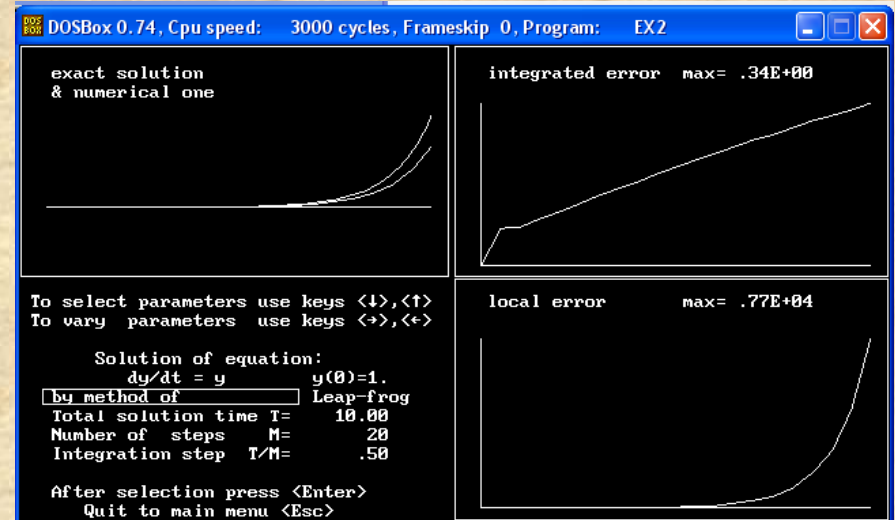
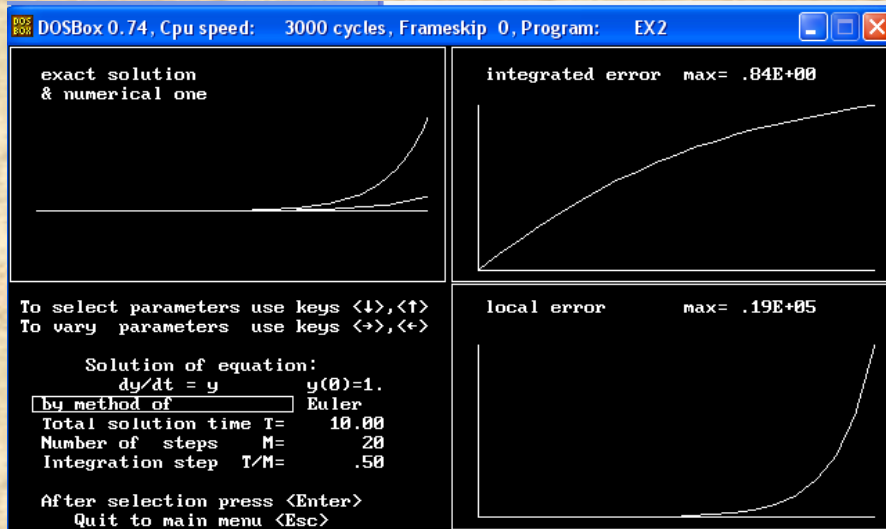
Уравнение $\frac{dy}{dt} = -y, y(0) = y_0.$

Метод Рунге-Кутта



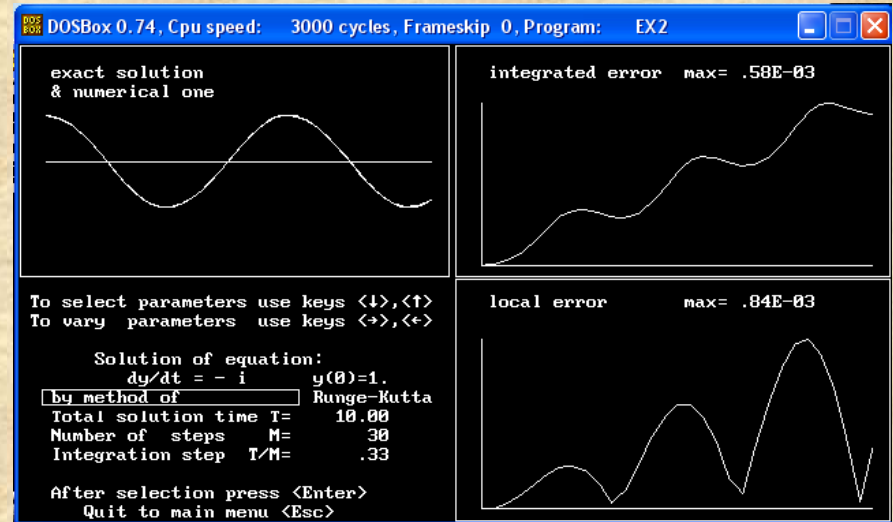
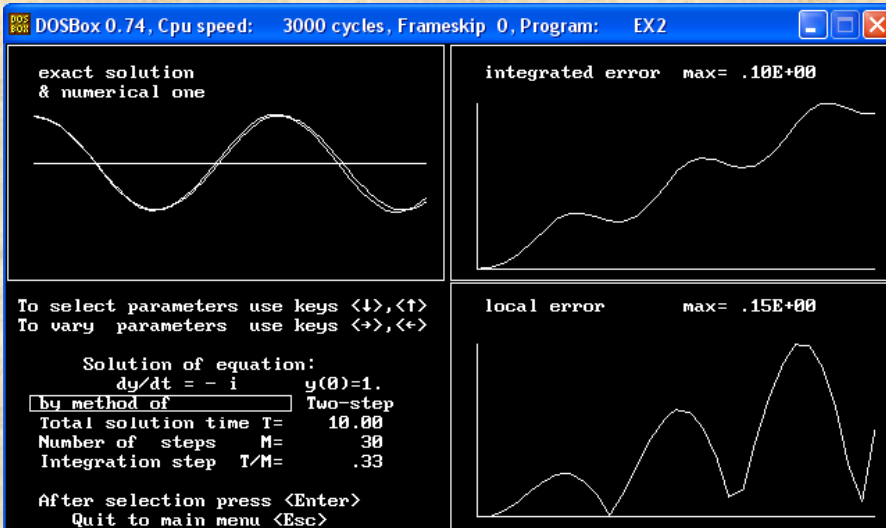
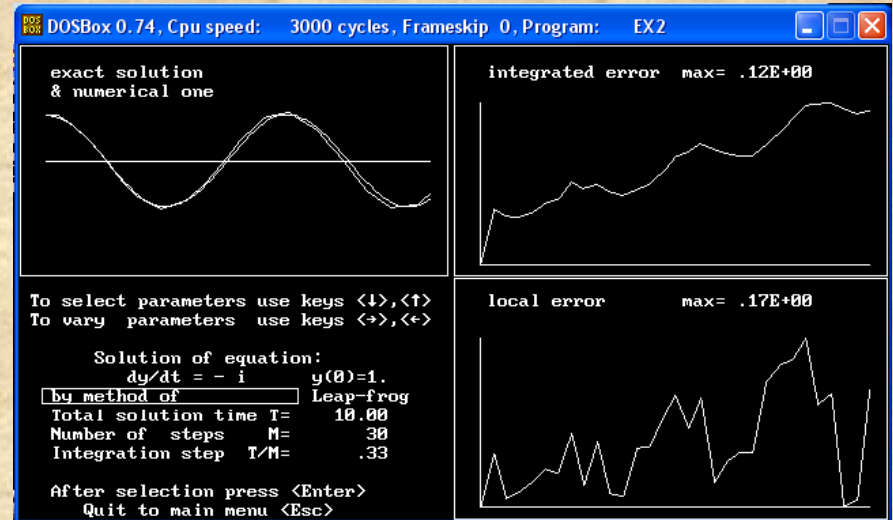
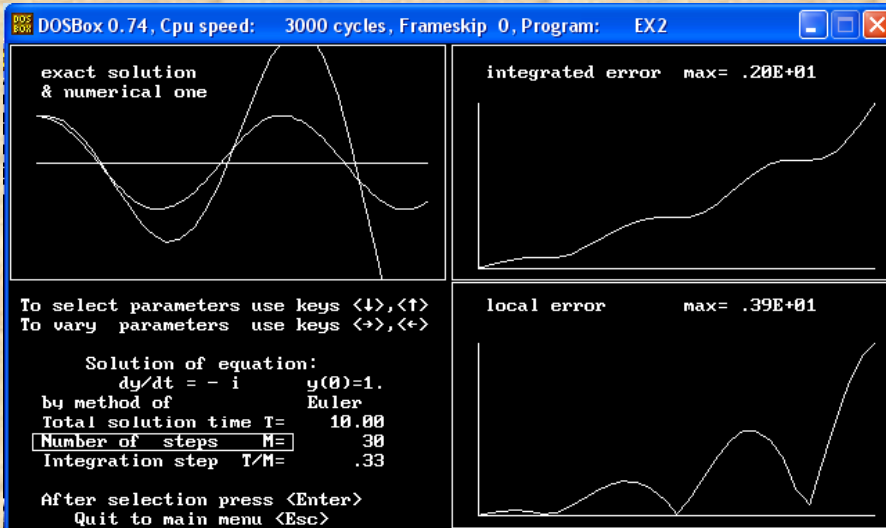
Уравнение $\frac{dy}{dt} = y, \quad y(0) = y_0.$

Все методы



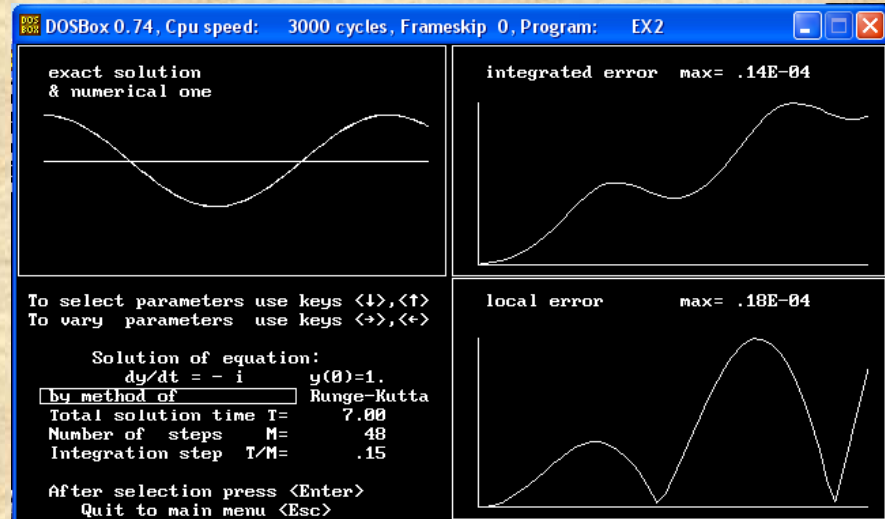
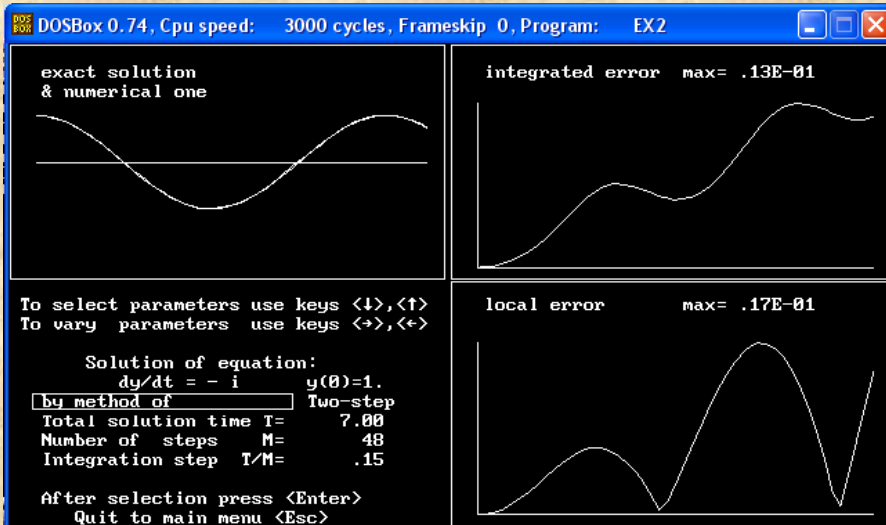
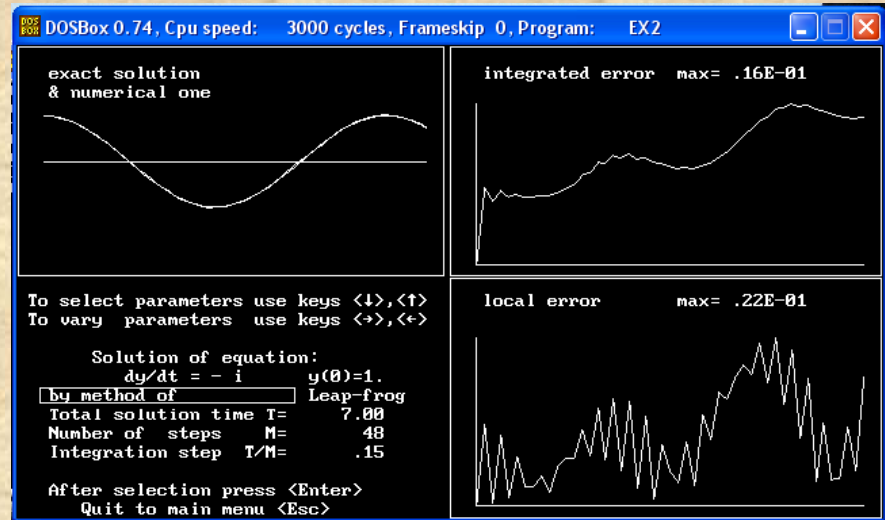
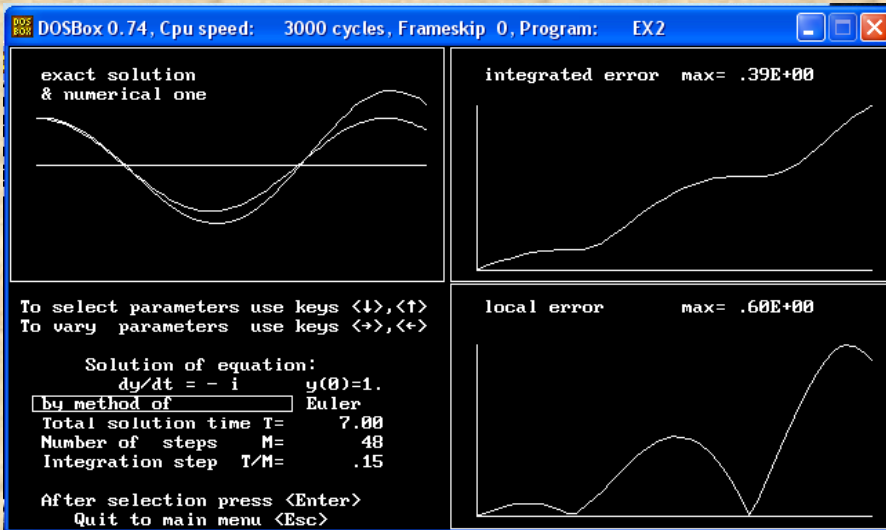
Уравнение $\frac{dy}{dt} = -iy$, $\operatorname{Re} y(0) = y_0, \operatorname{Im} y(0) = 0$.

Все методы



Уравнение $\frac{dy}{dt} = -iy$, $\text{Re } y(0) = y_0, \text{Im } y(0) = 0$.

Все методы



Контрольное задание:

Уравнение осциллятора с затуханием $\frac{d^2 x}{dt^2} + 2\delta \frac{dx}{dt} + \omega^2 x = 0$.

Переход к безразмерному времени $\tau = \omega t$

приводит к уравнению $\frac{d^2 x}{d\tau^2} + 2\gamma \frac{dx}{d\tau} + x = 0$, где $\gamma = \frac{\delta}{\omega}$.

1. Свести это уравнение к двум уравнениям первого порядка.
2. Исследовать устойчивость метода Эйлера для решения этой системы в зависимости от значения γ .
3. Рассмотреть значения $\gamma = 0,5; 1; 2$.