

Программа курса ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ

Отделение радиофизики, IV курс, 8-ой семестр 2018/19 учебный год

Введение

Место вычислительного эксперимента (ВЭ) в научных исследованиях. Численное и имитационное моделирование. Схема постановки ВЭ. Область применимости результатов ВЭ. Идеология разностных, вариационных, проекционных методов и метода конечных элементов. Дискретность и конечность области определения в ВЭ.

Глава 1. Дискретное преобразование Фурье. Разностная аппроксимация.

§1. Функция дискретного аргумента.

- 1.1. Ряд и интеграл Фурье.
- 1.2. Сетка. Гребневая функция Дирака.
- 1.3. Спектр функции дискретного аргумента. Частота Найквиста.
- 1.4. Восстановление оригинала по спектру функции дискретного аргумента.
Теорема Котельникова-Шеннона. Осцилляции Гиббса.
- 1.5. Взаимосвязь функции и спектра при дискретизации.
- 1.6. Вычисление производных с использованием спектров.

§2. Дискретное преобразование Фурье (ДПФ).

- 2.1. Анализ Фурье. Ортогональность гармоник в дискретном пространстве. Обратное преобразование Фурье.
- 2.2. Свойства дискретного преобразования Фурье. Формулы смещения и свертки.
- 2.3. Практика дискретного преобразования Фурье.

§3. Быстрое преобразование Фурье (БПФ).

- 3.1. Алгоритм БПФ.
- 3.2. Оценка эффективности.

§4. Основы разностной аппроксимации.

- 4.1. Аппроксимация дифференциальных операторов.
- 4.2. Погрешность разностных операторов. Длинноволновое приближение.

Глава 2. Интегрирование обыкновенных дифференциальных уравнений

§5. Задача Коши.

- 5.1. Метод Эйлера. Его устойчивость.
- 5.2. Метод с перешагиванием.
- 5.3. Схемы второго порядка точности: явный двухшаговый, схема “предиктор - корректор”, неявный метод.
- 5.4. Метод Рунге - Кутты.
- 5.5. Экстраполяционный метод Адамса.

§6. Краевые задачи.

- 6.1. Метод стрельбы.
- 6.2. Метод прогонки.

Глава 3. Уравнение переноса

§7. Методы первого порядка точности.

- 7.1. Схема бегущего счета.
- 7.2. Спектральный анализ устойчивости.
- 7.3. Дисперсия и диффузия на сетке. Природа сеточной дисперсии
- 7.4. Неявная схема бегущего счета, Схема Лакса.

§8. Методы второго порядка точности.

- 8.1. Двуслойная безусловно устойчивая схема.
- 8.2. Трехслойная схема с перешагиванием.
- 8.3. Алгоритм Лакса-Вендроффа.

§9. Квазилинейные уравнения переноса.

- 9.1. Разрывные решения и псевдовязкость.
- 9.2. Консервативные схемы.

Глава 4. Уравнения параболического типа

§10. Линейная одномерная задача.

- 10.1. Явная схема интегрирования. Спектральный анализ устойчивости.
- 10.2. Схема с весами. Схема Кранка-Николсона.

§11. Квазилинейные уравнения. Уравнения с переменными коэффициентами.

- 11.1. Применимость явных схем. Неявные схемы. Линеаризация.
- 11.2. Схемы “предиктор - корректор”.
- 11.3. Аппроксимация переменных коэффициентов.

§12. Многомерные задачи.

- 12.1. Явная и неявная схемы.
- 12.2. Продольно - поперечная схема, ее устойчивость.
- 12.3. Методы расщеплений.

Глава 5. Волновые уравнения

§13. Волновое уравнение.

- 13.1. Схема типа “крест”. Аппроксимация граничных условий. Устойчивость.
- 13.2. Неявная схема с весами. Схема Кранка-Николсона.
- 13.3. Схема Leapfrog в одномерном уравнении акустики. Порядок аппроксимации. Граничные и начальные условия.
- 13.4. Метод конечных разностей во временной области (FD-TD) для решения системы уравнений Максвелла.
- 13.5. Закон электромагнитной индукции на ячейке сетки.
- 13.6. Закон Ампера на ячейке сетки.
- 13.7. Ячейки электрического и магнитного полей.
- 13.8. Условие устойчивости.
- 13.9. Поглощающие граничные условия и идеально согласованные слои (PML).

Глава 6. Нелинейное уравнение Шредингера (НУШ)

§14. Физические задачи, приводящие к уравнению типа НУШ.

- 14.1. Параболические теории дифракции и дисперсии в нелинейной среде.
- 14.2. Безразмерные переменные.
- 14.3. Законы сохранения.

§15. Разностные схемы решения линейного уравнения дифракции.

- 15.1. Явная схема.
- 15.2. Простейшая неявная схема
- 15.3. Схема Кранка Николсона.
- 15.4. Неявно-явные схемы.

§16. Спектральный метод в задачах дифракции.

§17. Метод расщепления для НУШ.

- 17.1. Алгоритм метода. Волновая и нелинейная задачи.
- 17.2. Разностная аппроксимация в нелинейной задаче.
- 17.2. Выбор шага расщепления.

§18. Сравнение эффективности различных численных схем для НУШ.

Глава 7. Задачи физики плазмы

§19. Постановка задачи.

- 19.1. Плазма, ее параметры и масштабы.
- 19.2. Формулировка задач кинетической теории плазмы.
- 19.3. Проблемы численного эксперимента. Размерности физической и компьютерной задач.

§20. Бесстолкновительная модель “частицы в ячейке”.

- 20.1. Уравнения модели. Эйлера и Лагранжева системы координат. “Машинные” частицы. Условия применимости. Алгоритм.
- 20.2. Вычисление заряда в узлах эйлеровой сетки. Точечный заряд и “облако в ячейке”.
- 20.3. Метод перешагивания для уравнений движения частиц.

§21. Статистический подход. Решение уравнения Власова.

- 21.1. Разностный метод. Схема Лакса-Вендроффа.
- 21.2. Гидродинамический метод. Модель “водяного мешка”.

§22. Численное решение уравнения Пуассона

- 22.1. Разностный, спектральный и псевдоспектральный методы.
- 22.2. Метод Хокни. Циклическая редукция.
- 22.3. Вариационные методы. Методы Ритца, Галеркина.
- 22.3. Проекционно- разностные методы. Метод конечных элементов.

Глава 8. Статистическое моделирование в численном эксперименте

§23. Метод Монте-Карло.

- 23.1. Использование случайных чисел для численного интегрирования.
- 23.2. Имитационное моделирование. Корпускулярная модель рассеяния.
- 23.3. Статистическое моделирование. Волновая модель рассеяния.
- 23.4. Общая схема метода Монте-Карло.

§24. Последовательности псевдослучайных чисел.

- 24.1. Базовая последовательность равномерно распределенных чисел. Метод вычетов.
- 24.2. Получение равномерного распределения в заданном интервале.
- 24.3. Псевдослучайные числа с нормальным распределением.
- 24.4. Улучшение качества ансамбля псевдослучайных чисел.

§25. Ансамбли коррелированных псевдослучайных чисел с нормальным распределением.

- 25.1. Спектральный метод.
- 25.2. Метод скользящего суммирования.

Литература

1. Д.Поттер. Вычислительные методы в физике. М.: Мир, 1975.
2. Н.Н.Калиткин. Численные методы. М.: Наука, 1978.
3. А.А.Самарский. Введение в численные методы. М.: Наука, 1982.
4. М.П.Галанин, Е.Б. Савенков Методы численного анализа математических моделей. Изд-во МГТУ им. Н.Э.Баумана. 2010
5. Ж.Макс. Методы и техника обработки сигналов при физических измерениях, т.1. М.: Мир, 1983.
6. Л.Рабинер, Б.Гоулд. Теория и применение цифровой обработки сигналов. М.: Мир, 1978.
7. Р.Отнес, Л.Эноксон. Прикладной анализ временных рядов. М.: Мир, 1982.
8. Р.Хокни, Д.Иствуд. Численное моделирование методом частиц. М.: Мир, 1987.
9. В.П.Кандидов. Успехи физических наук. Т 166, N 12, С. 1309, 1996.

Чтение лекций сопровождается практическими заданиями по численному решению обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнений с частными производными параболического типа.

Программу составили: профессор В.П. Кандидов, доценты С.С. Чесноков и С.А. Шленов.