

Спектральный метод

ДПФ

$$\varphi_{nm} = \frac{1}{\sqrt{NM}} \sum_{p=-N/2}^{N/2-1} \sum_{q=-M/2}^{M/2-1} a_{pq} (\xi_{pq} + i\eta_{pq}) W_N^{pn} W_M^{qm}$$

$$W_N = \exp\left\{i \frac{2\pi}{N}\right\}$$

$$\xi_{pq}, \eta_{pq} \in [-\sqrt{3}, \sqrt{3}], \quad \rho(\xi) = \rho(\eta) = \frac{1}{\sqrt{3} - (-\sqrt{3})} = \frac{1}{2\sqrt{3}}$$

$$a_{pq}^2 = F_\varphi(p\Delta k_x, q\Delta k_y) \Delta k_x \Delta k_y$$

$$F_\varphi(k_x, k_y) = 2\pi \left(\frac{k}{n_0}\right)^2 \Delta z \Phi_n(k_x, k_y, 0)$$

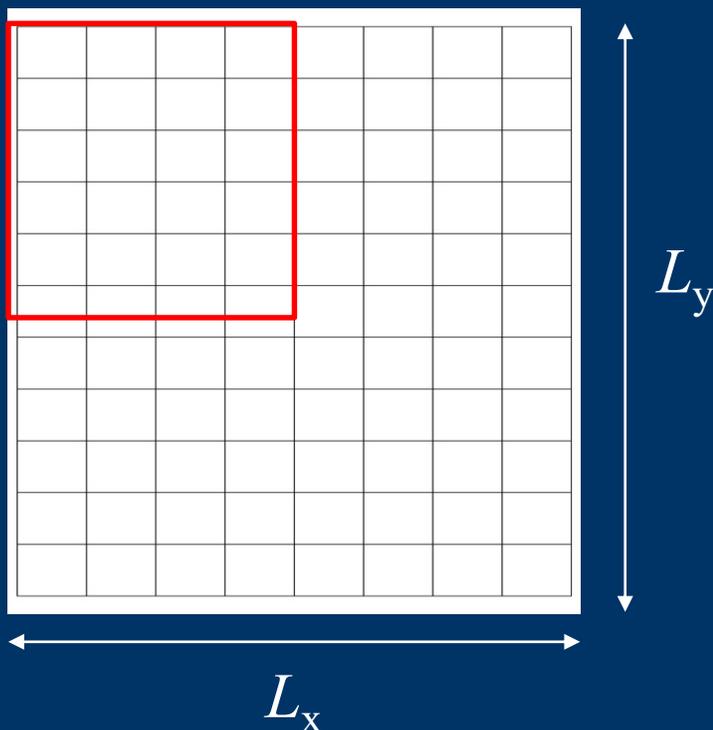
Миркин Л.И., Рабинович М.А., Ярославский Л.П. Метод генерирования коррелированных гауссовских псевдослучайных чисел на ЭВМ // ЖВМ и МФ. 1972.

Спектральный метод

$$\Delta k_x = 2\pi / L_x, \Delta k_y = 2\pi / L_y$$

$$a_{pq}^2 = F_\phi(p\Delta k_x, q\Delta k_y) \Delta k_x \Delta k_y$$

ДПФ: периодические поля



ложная корреляция на масштабе
 $\rho > L_x/2, L_y/2$

Проблема масштабов атмосферных флуктуаций

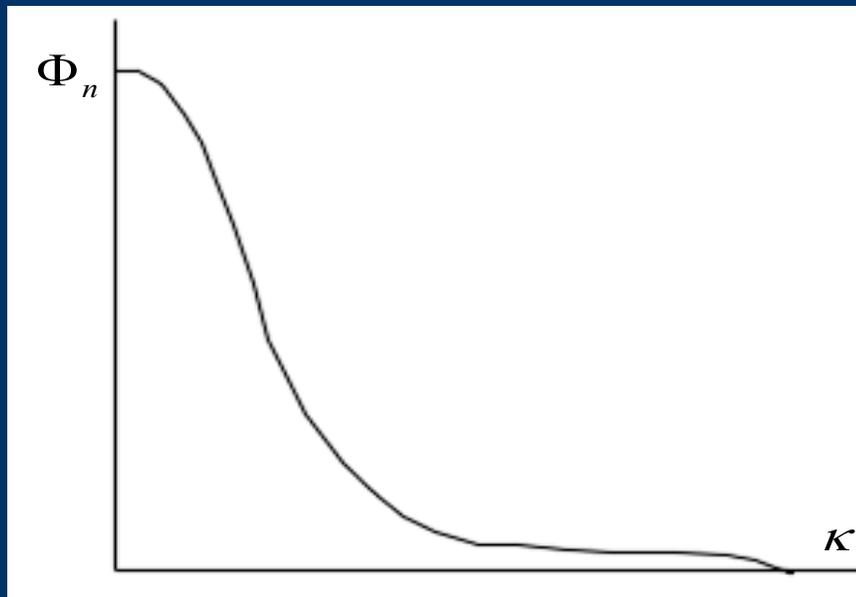
$$\Phi_n(\vec{\kappa}) = 0.033 C_n^2 (\kappa^2 + \kappa_0^2)^{-11/6} \exp\left\{-\kappa^2 / \kappa_m^2\right\}$$

L_0 – внешний масштаб, $L_0 \sim 1$ m

l_0 – внутренний масштаб, $l_0 \sim 1$ mm

a_0 – радиус пучка, $a_0 \sim 1$ cm

d - диаметр филамента $d \sim 100$ μ



$$\kappa_0 \propto 1/L_0$$

$$\kappa_m \propto 1/l_0$$

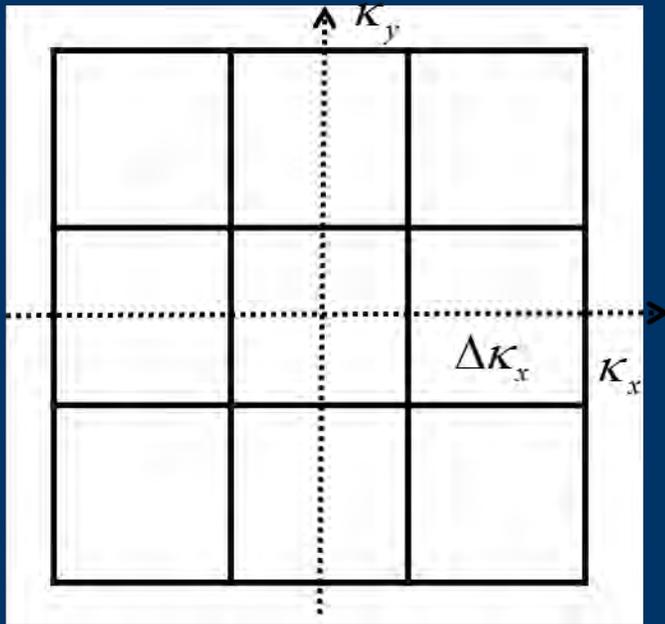
$$L_0/d = 10^4!$$

Сетка: $L_x > L_0, \Delta x < d \Rightarrow N_x * N_y \sim 10^{10}$

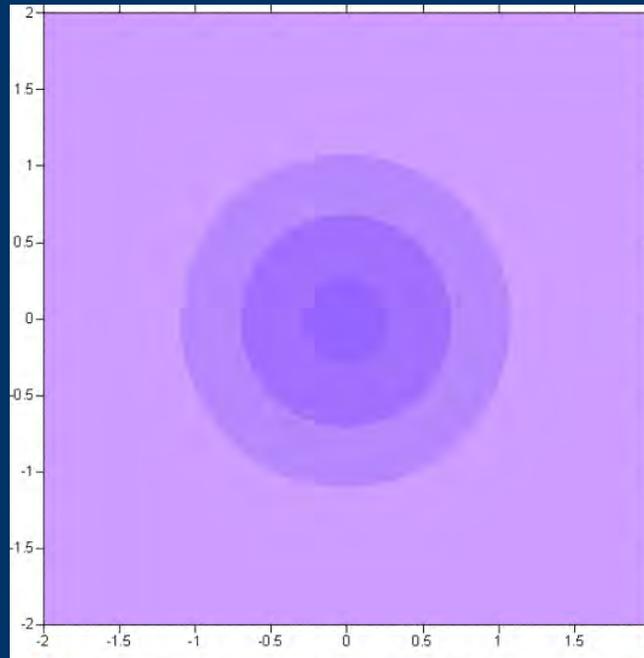
$$L_{x,y} = 6 \div 8 a_0 \ll L_0$$

$$\Delta \kappa_{x,y} = 2\pi / L_{x,y} \gg 2\pi / L_0$$

Модифицированный спектральный метод

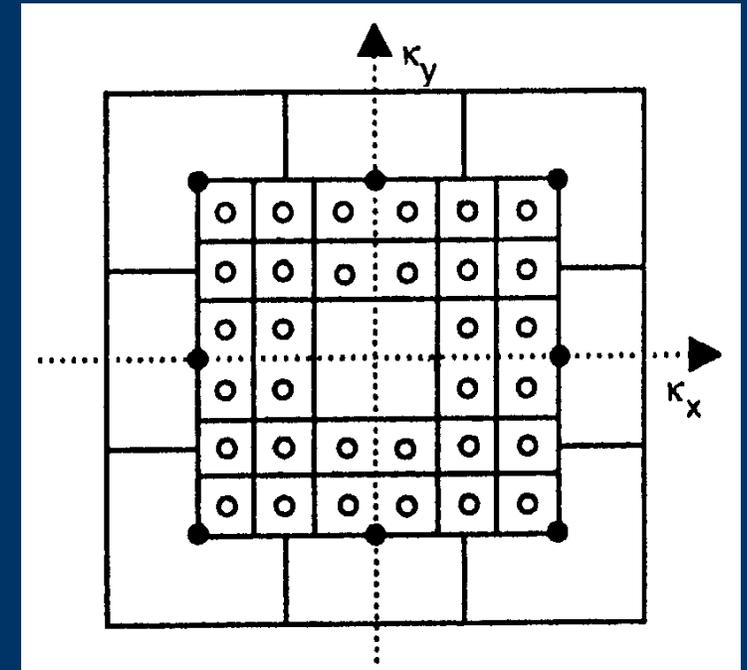


$$\Delta k_x = 2\pi / L_x$$



$$L_x \sim 2 \text{ см}$$

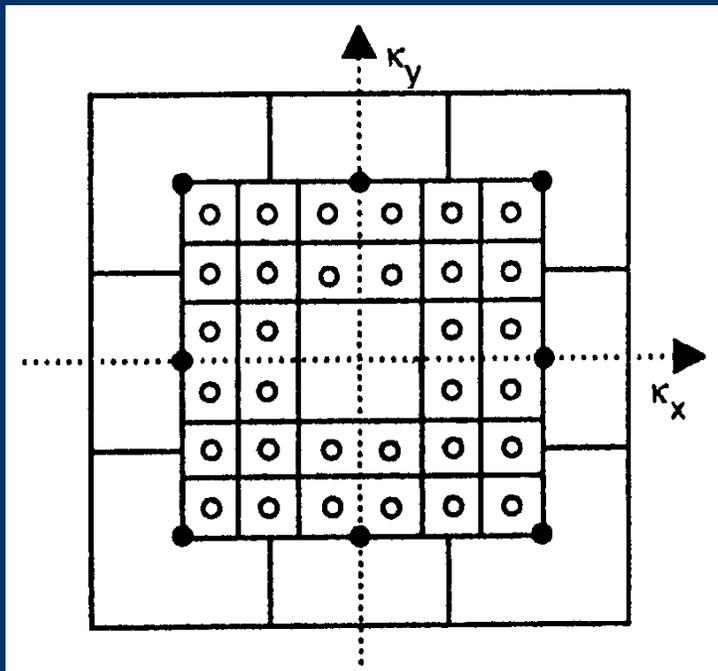
$$L_0 \sim 2 \text{ м}$$



Субгармоники.
Сгущение сетки

Johansson E.M., Gavel D.T. Simulation of stellar speckle imaging // Proc. SPIE. 1994. V. 2200. P. 372.

Модифицированный спектральный метод



- 1) Обычный спектральный метод. БПФ φ_{nm}^s
- 2) Нулевая гармоника выбрасывается. Коэффициенты у первых гармоник домножаются на поправочный множитель $\frac{1}{2}$ или $\frac{3}{4}$. φ_{nm}^{s-}
- 3) Рассчитываются дополнительные 32 гармоники с шагом $\Delta k_x/3$ и $\Delta k_y/3$.
- 4) Итерации сгущения повторяются N_k раз. φ_{nm}^{LF}
(При $N_k=4$ $L_{\text{эквив}} = L_{x,y} * 3^4$)

$$\varphi_{nm} = \varphi_{nm}^{s-} + \varphi_{nm}^{LM}$$

$$\varphi_{nm}^{LF} = \sum_{k=1}^{N_k} 3^{-k} \frac{1}{\sqrt{NM}} \sum_{p=-3}^2 \sum_{q=-3}^2 a_{pq} (\xi_{pq} + i\eta_{pq}) W_N^{3^{-k}(p+0,5)n} W_M^{3^{-k}(q+0,5)m}$$

$$W_N = \exp \left\{ i \frac{2\pi}{N} \right\}$$

$$a_{pq}^2 = F_{\varphi} \left(3^{-k}(p+0,5)\Delta k_x, 3^{-k}(q+0,5)\Delta k_y \right) \Delta k_x \Delta k_y$$

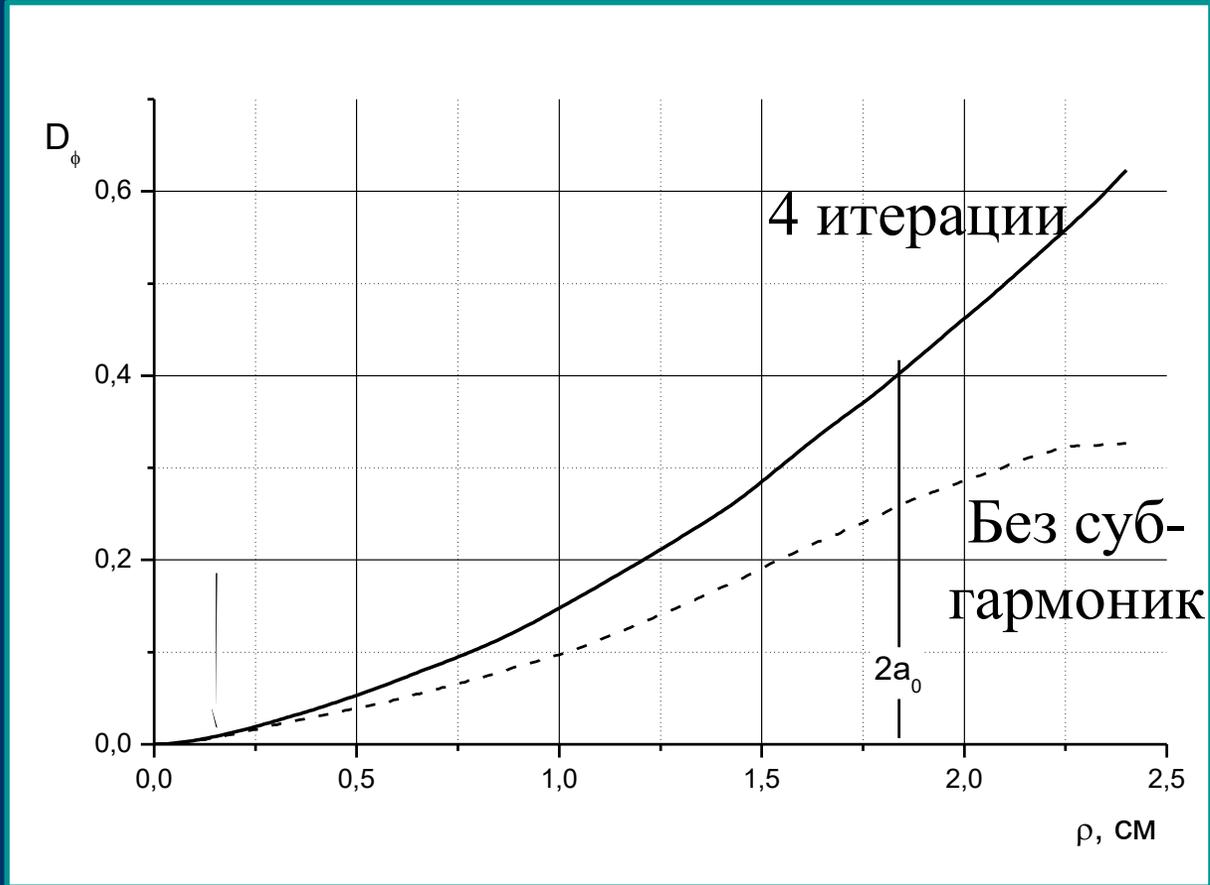
Структурная функция флуктуаций фазы: усреднение по 100 реализациям фазового экрана

$$\Phi_n(\vec{\kappa}) = 0,033C_n^2(\kappa^2 + \kappa_0^2)^{-11/6} \exp\{-\kappa^2 / \kappa_m^2\}$$

Модифицированный Кармановский спектр

$L_0 = 1$ м, $l_0 = 1$ мм, $C_n^2 = 1,5 \cdot 10^{-14}$ см^{-2/3},
 $\lambda = 0,8$ мкм, $z = 10$ м
 $dx = 0,080$ мм, сетка 512*512, $L_x = 4,1$ см

- 4 итерации – эквивалентное $L_x = 3,3$ м

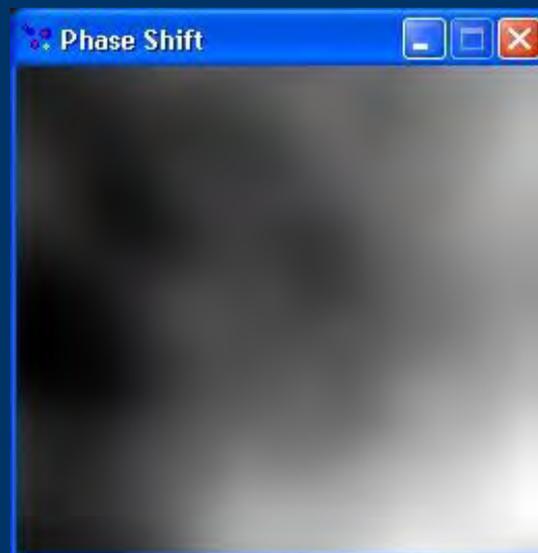


Примеры случайно-неоднородных фазовых экранов

Модифицированный Кармановский спектр. Внешний масштаб $L_0 = 1$ м



Внутренний масштаб $l_0 = 1$ mm



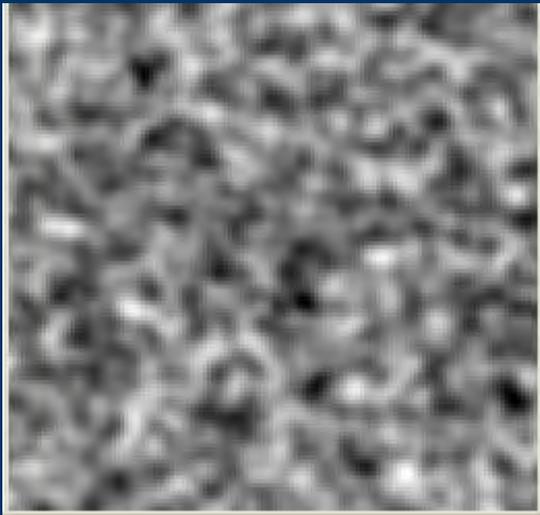
5 mm



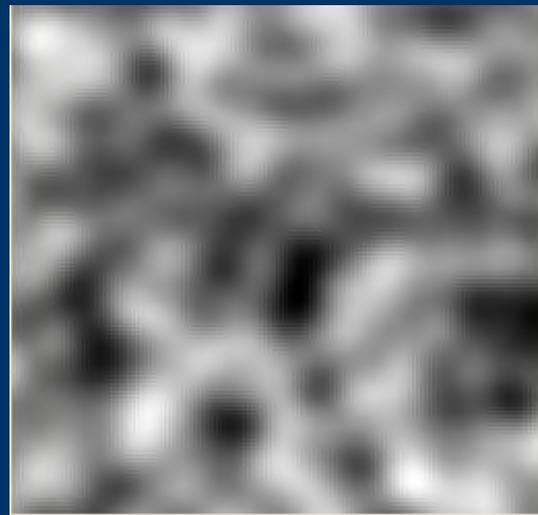
10 mm

Экраны с Гауссовым спектром флуктуаций

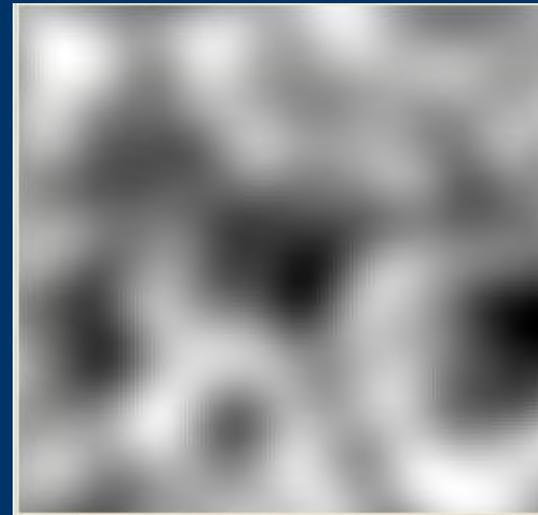
$$\Phi_{\varphi}(\vec{K}) = \frac{\sigma^2 r_0^2}{2} \exp\left\{-\kappa^2 r_0^2 / 4\right\}$$



$r_0 = 0.7 \text{ mm}$



$r_0 = 1.8 \text{ mm}$



$r_0 = 2.9 \text{ mm}$





Тема 10

Филаментация в случайно- неоднородной среде

План лекции

§10 Филаментация в случайно-неоднородной среде

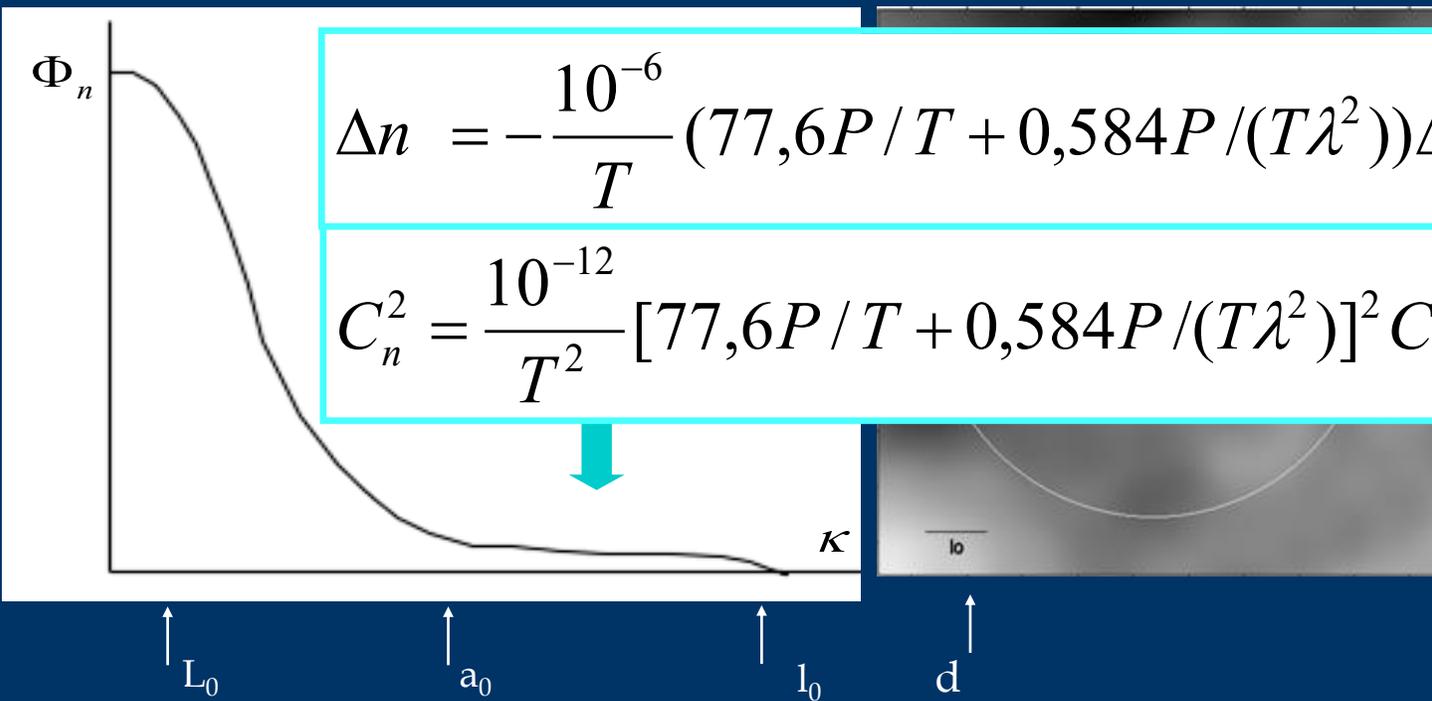
- 10.1 Пространственные масштабы поля и среды
- 10.2 Поперечные и продольные флуктуации точки старта филамента в турбулентной атмосфере. Вероятность образования филамента
- 10.3 Расстояние до начала множественной филаментации
- 10.4 Филаментация в условиях водного аэрозоля

Пространственные масштабы поля и среды

$$D_n(r) = C_n^2 r^{2/3}$$

$$\Phi(\kappa) = 0,033 C_n^2 \kappa^{-11/3}$$

$$\Phi_n(\kappa) = 0,033 C_n^2 (\kappa^2 + \kappa_0^2)^{-11/6} \exp\{-\kappa^2 / \kappa_m^2\}$$



$$\Delta n = -\frac{10^{-6}}{T} (77,6P/T + 0,584P/(T\lambda^2)) \Delta T$$

$$C_n^2 = \frac{10^{-12}}{T^2} [77,6P/T + 0,584P/(T\lambda^2)]^2 C_T^2$$

$$\kappa_0 = 2\pi / L_0$$

$$\kappa_m = 5,92 / l_0$$

L_0 – внешний масштаб, $L_0 > 1$ м

l_0 – внутренний масштаб, $l_0 > 1$ мм

$C_n^2 < 10^{-17}$ м^{-2/3} – слабая турбулентность

$C_n^2 > 10^{-13}$ м^{-2/3} – сильная турбулентность

a_0 – радиус пучка, $a_0 \sim 1$ см

d – диаметр филамента $d \sim 100$ мкм

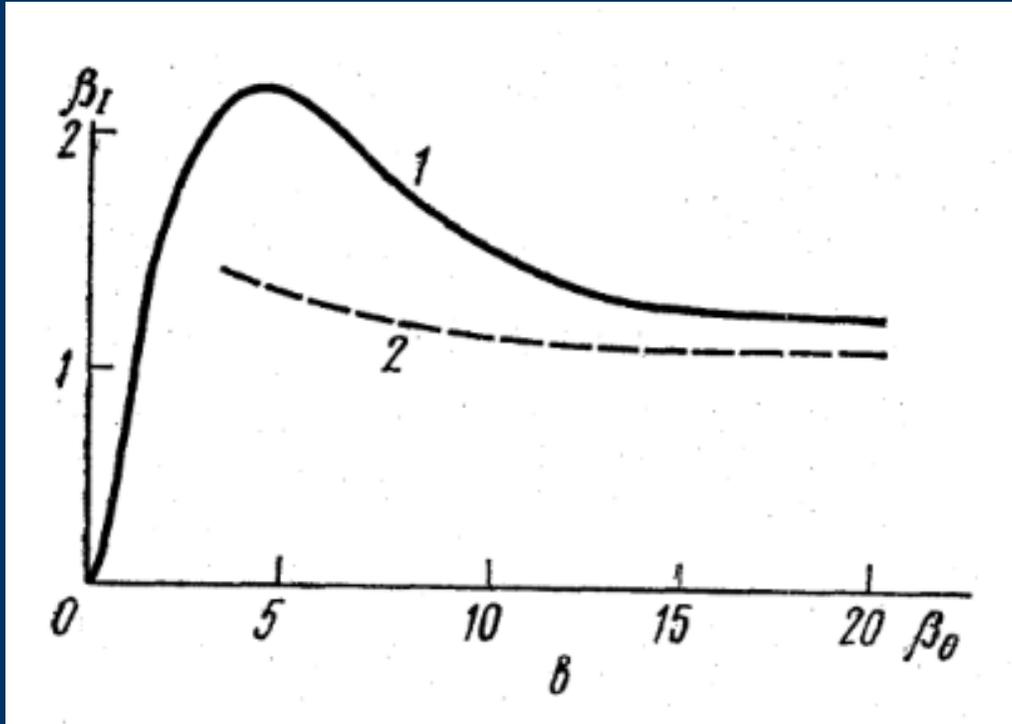
Характеризация оптической турбулентности на трассе: индекс мерцания и радиус Фрида

Индекс мерцания:

$$\beta_I^2 = \frac{\overline{I^2} - \bar{I}^2}{\bar{I}^2}$$

Плоская волна, МПВ

$$\beta_0^2 = 1,23 C_n^2 k^{7/6} z^{11/6}$$



Степень когерентности

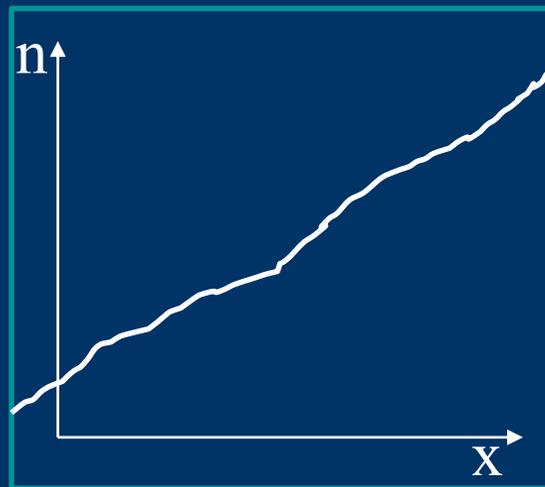
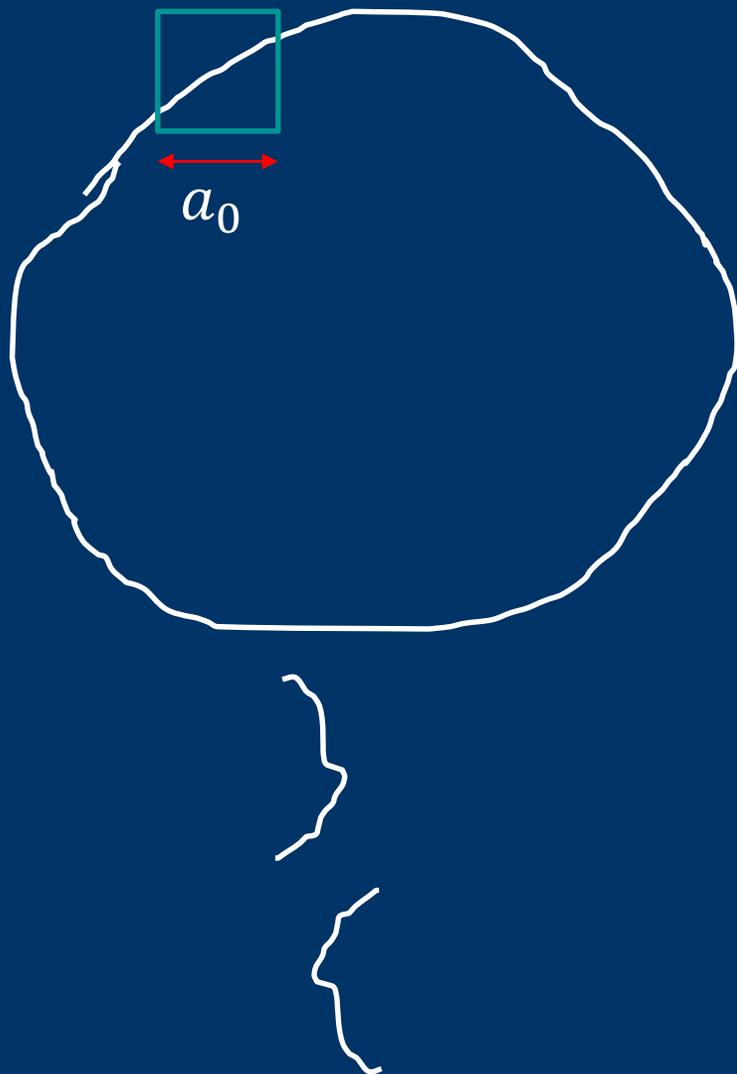
$$\gamma(r_1, r_2) = \frac{\langle E(r_1) \cdot E^*(r_2) \rangle}{\sqrt{\langle E(r_1) \cdot E^*(r_1) \rangle} \sqrt{\langle E(r_2) \cdot E^*(r_2) \rangle}}$$

Радиус Фрида

$$r_0 = 1,68 (k^2 C_n^2 z)^{-3/5}$$

$r_0 \sim 10$ см (астрономические наблюдения)

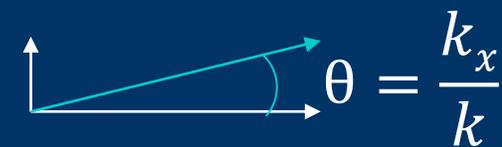
Влияние на пучок флуктуаций показателя преломления с большим пространственным масштабом



$$\varphi(x) = -\frac{k}{n_0} \int_z^{z+\Delta z} \tilde{n}(x, z') dz'$$

$$\tilde{n} = \alpha x + \beta, \quad \varphi = -\frac{k}{n_0} \Delta z (\alpha x + \beta) = -k_x x + c$$

$$A \sim e^{ikz - ik_x x}$$



Распространение импульса в турбулентной атмосфере: численный эксперимент

$$2ik \frac{\partial A}{\partial z} = \Delta_{\perp} A + \frac{2k^2}{n_0} \left(n_2 |A|^2 + \Delta n_p(\vec{r}, t) + \tilde{n}(\vec{r}) \right) A - ik\alpha_{ion} A$$

Дифракция

Эффект Керра

Дефокусировка в
лазерной плазме

Флуктуации
показателя
преломления

Потери на многофотонную
ионизацию

$$\Delta n_p = -\frac{n_0 \omega_p^2}{2\omega^2} \quad \omega_p = \sqrt{4\pi e^2 N_e / m_e}$$

$$\frac{\partial N_e}{\partial t} = R(|A|^2)(N_0 - N_e)$$

R - модель Переломова-Попова-Терентьева

Распространение импульса в турбулентной атмосфере: численный эксперимент

$$2ik \frac{\partial A}{\partial z} = \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} + \frac{2k^2}{n_0} \left(n_2 |A|^2 + \Delta n_p(x, y, z, t) + \Delta \tilde{n}(x, y, z) \right) A - ik \alpha_{ion} A$$

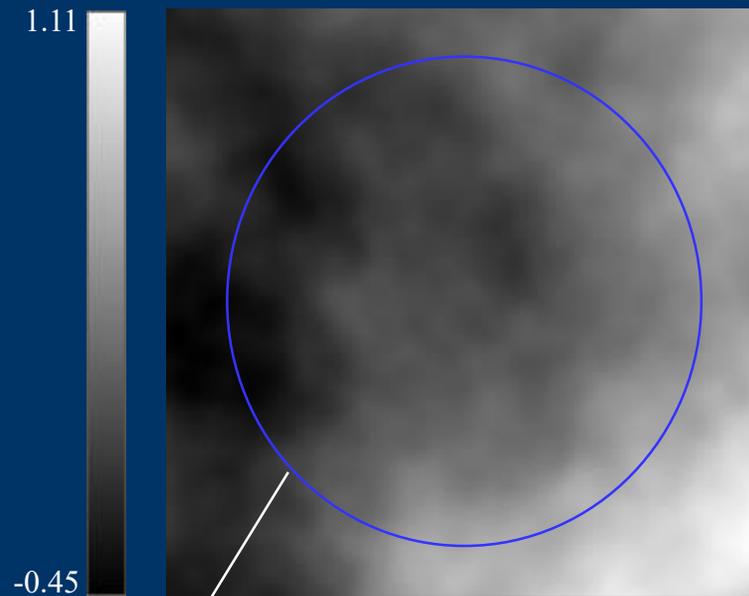
$$\Delta n_p = -\frac{n_0 \omega_p^2}{2\omega^2} \quad \omega_p = \sqrt{4\pi e^2 N_e / m_e}$$

$$\frac{\partial N_e}{\partial t} = R(|A|^2)(N_0 - N_e) \quad R - \text{модель Переломова-Попова-Терентьева}$$

$$A(x, y, z = 0, t) = A_0 \exp\left\{-\frac{x^2 + y^2}{2a_0^2}\right\} \exp\left\{-\frac{t^2}{2\tau_0^2}\right\}$$

$$a \sim 1 \text{ см} \quad \tau_0 \sim 100 \text{ фс}$$

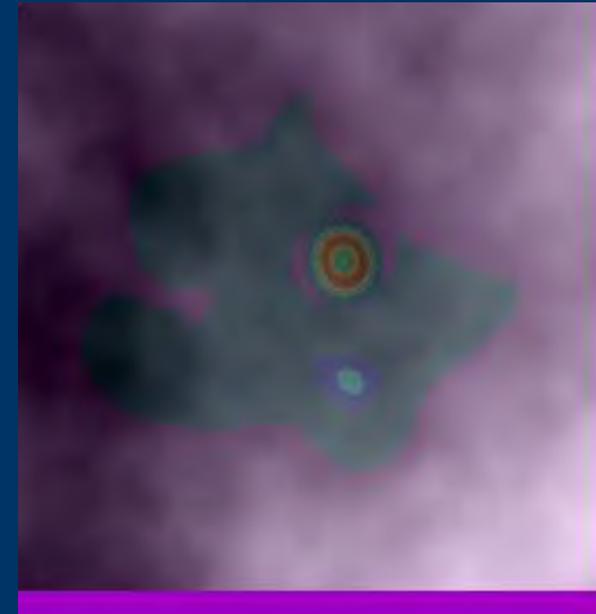
Формирование первичных филаментов за фазовым экраном



Радиус пучка

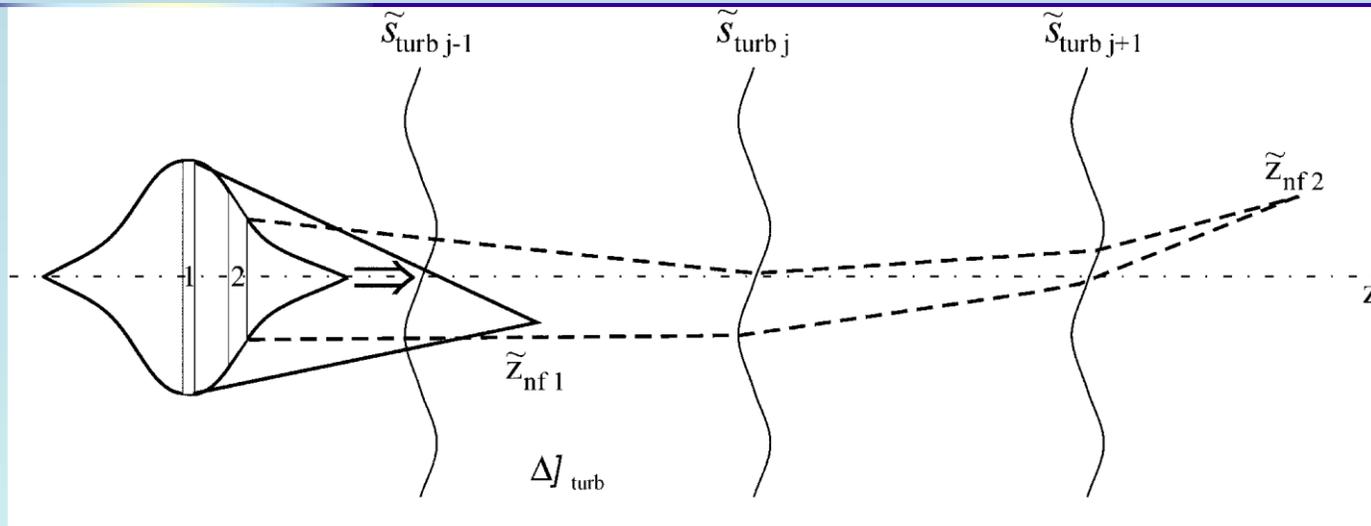
Флуктуации фазы на экране.

Темные пятна – области случайной локальной фокусировки.



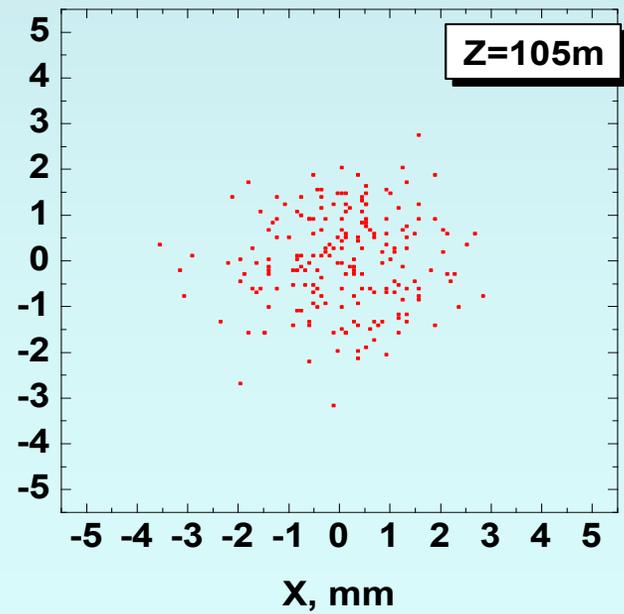
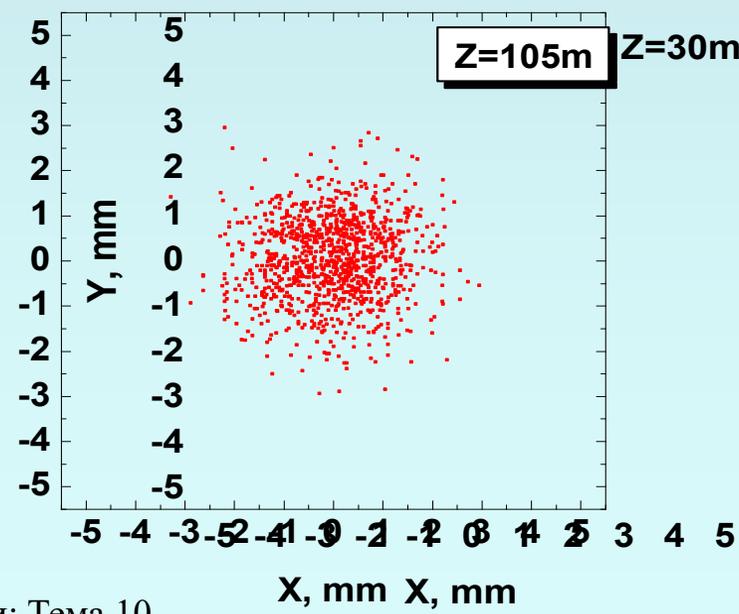
Появление первичных горячих точек в окрестности области локальной фокусировки

Поперечная нестабильность одиночного филамента в турбулентной атмосфере



$\lambda = 800 \text{ нм}$, $\tau = 190 \text{ фс}$,
 $E = 4,6 \text{ мДж}$,
 $P_0 = 21 \text{ ГВт}$,
 поперечное сечение $2a_0 = 9,6 \text{ мм}$

Лабораторный эксперимент
1100 импульсов



Вычислительный эксперимент
200 реализаций

$C_n^2 = 1,5 \cdot 10^{-14} \text{ см}^{-2/3}$
 $L_0 = 1 \text{ м}$, $l_0 = 1 \text{ мм}$

Chin et al., Appl. Phys. B,
v.74, 67, 2002
X, mm
 Нелинейная оптика филаментации: Тема 10

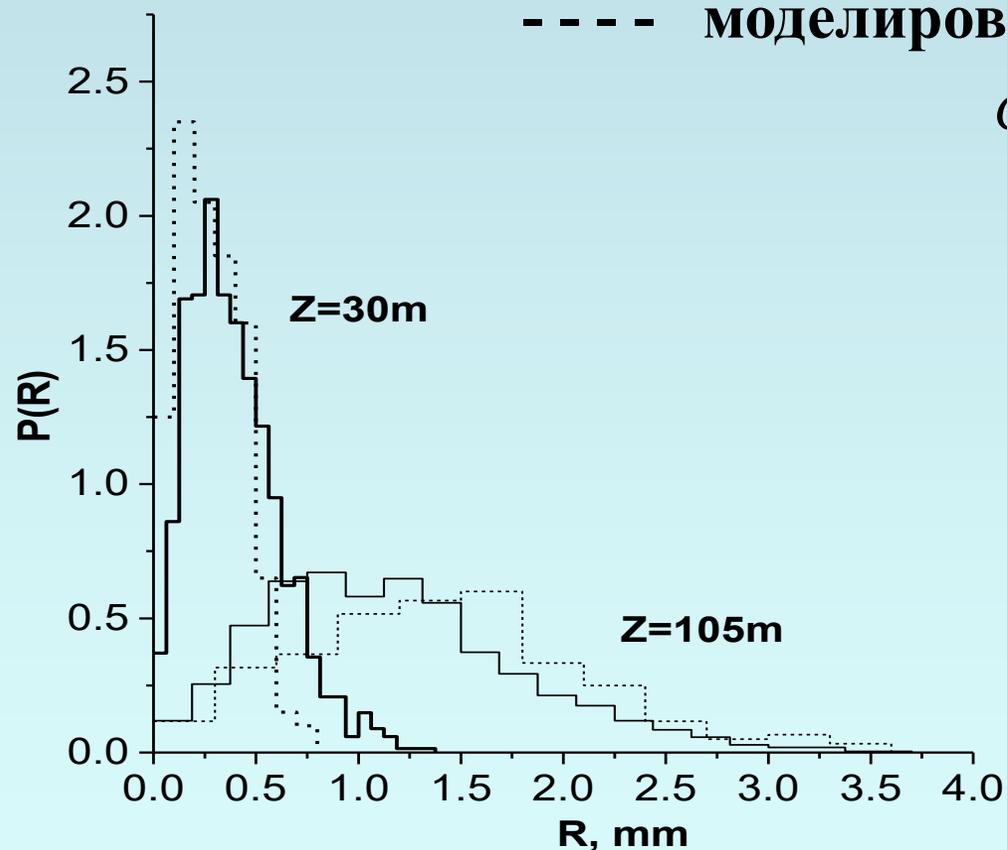
Плотность вероятности поперечных смещений филамента в турбулентной атмосфере

Гистограммы

_____ эксперимент, 1100 «выстрелов»,

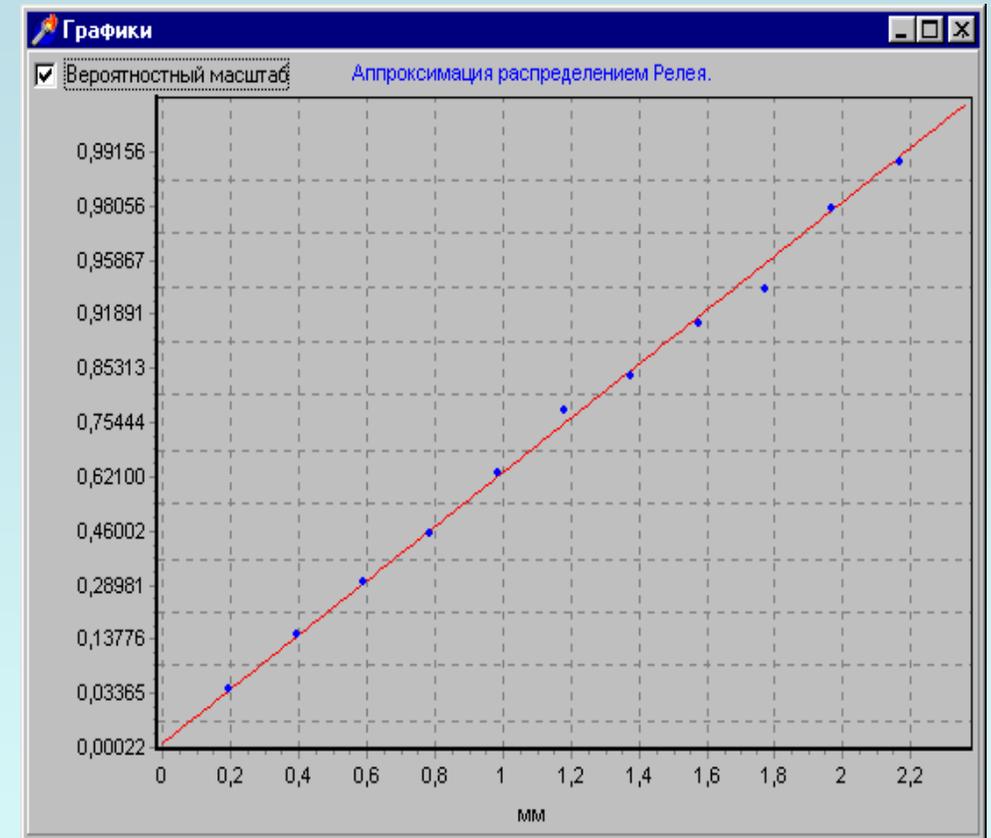
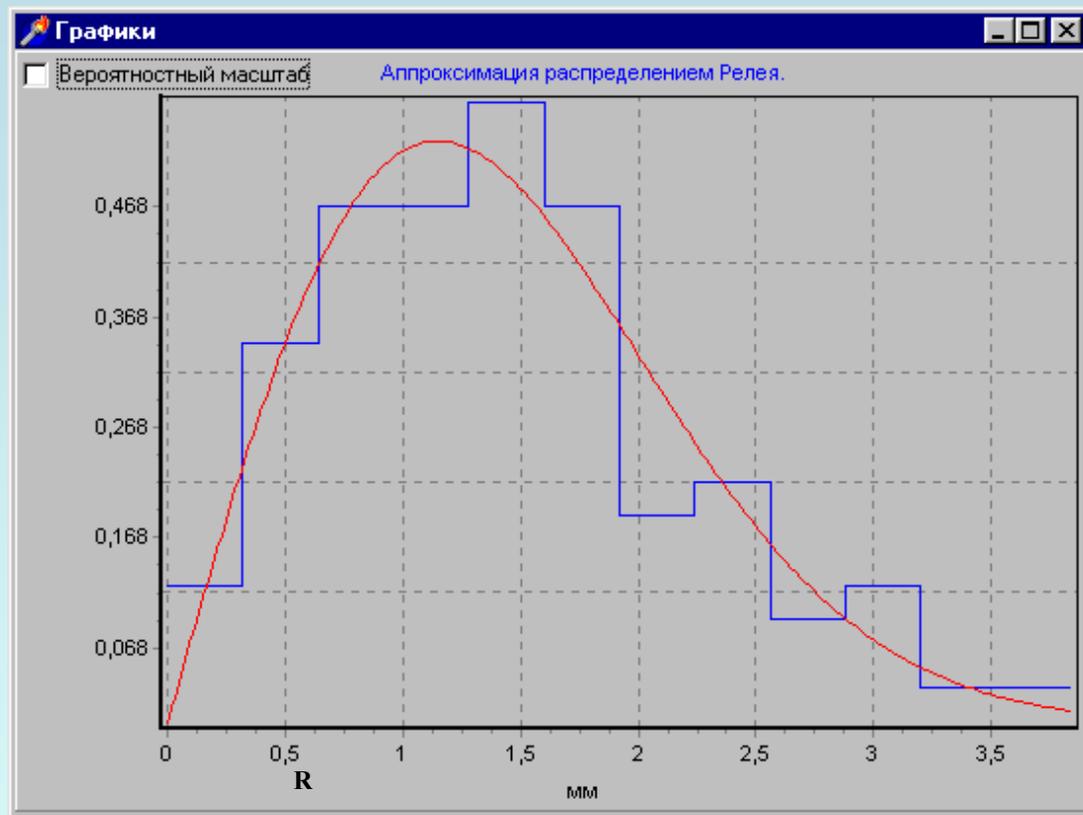
----- моделирование, 200 реализаций, $C_n^2=1,5 \cdot 10^{-14} \text{ см}^{-2/3}$,

Chin et al., Appl. Phys. B, v.74, 67 (2002)



$$P(R) = \frac{2R}{w^2} \exp\left\{-\left(\frac{R}{w}\right)^2\right\} \quad - ?$$

Вероятности поперечных смещений филамента



$$P(R) = \frac{2R}{w^2} \exp\left\{-\left(\frac{R}{w}\right)^2\right\} \quad F(R) = \int_0^R P(R') dR'$$

Функция распределения вероятности $F(R)$ в вероятностном масштабе закона Релея с параметром $w = 1,34$

Поперечная нестабильность в условиях сильных и слабых флуктуаций

$$P(R) = \frac{2R}{w^2} \exp\left\{-\left(\frac{R}{w}\right)^2\right\}$$

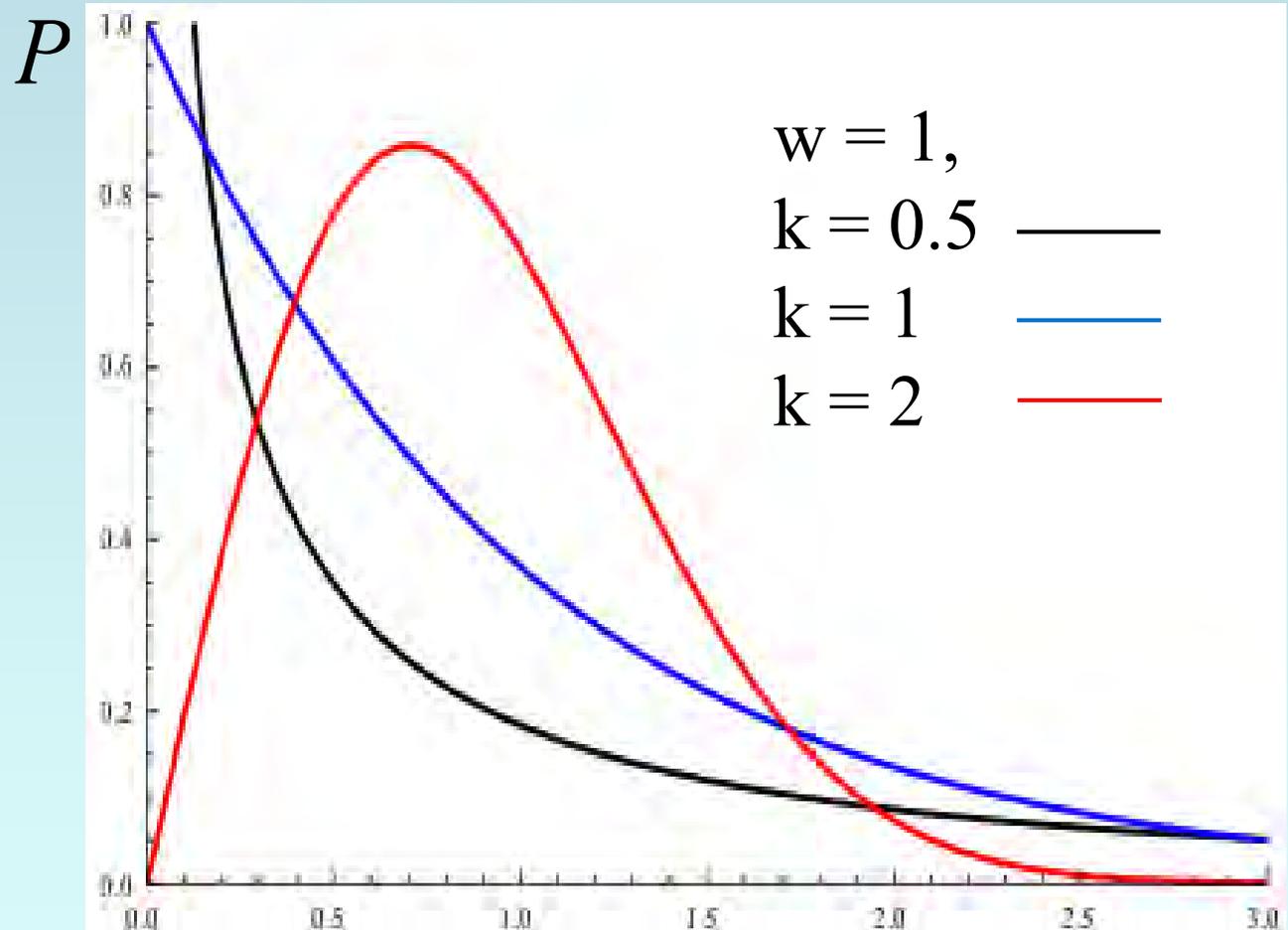
При сильных флуктуациях блуждания филаментов подчиняются закону Рэлея

S.L.Chin, et al., AP B, 2002

$$P(R) = \frac{k}{w} \left(\frac{R}{w}\right)^{k-1} \exp\left\{-\left(\frac{R}{w}\right)^k\right\}$$

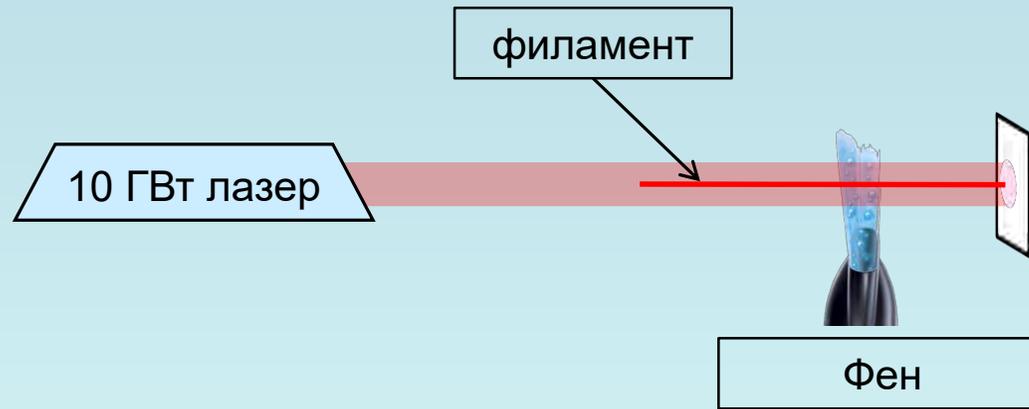
A. Houard, et al., PR A, 2008

В общем случае сильных и слабых флуктуаций распределение филаментов описывается двух параметрическим распределением Weibull



R

Влияние турбулентного слоя на филаментацию



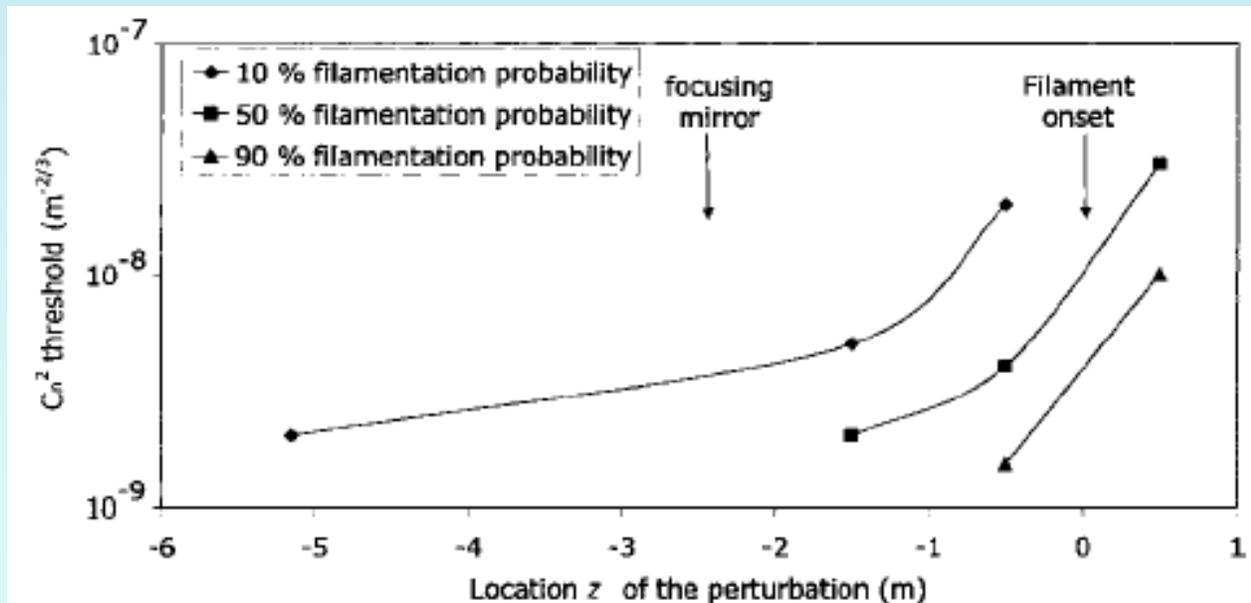
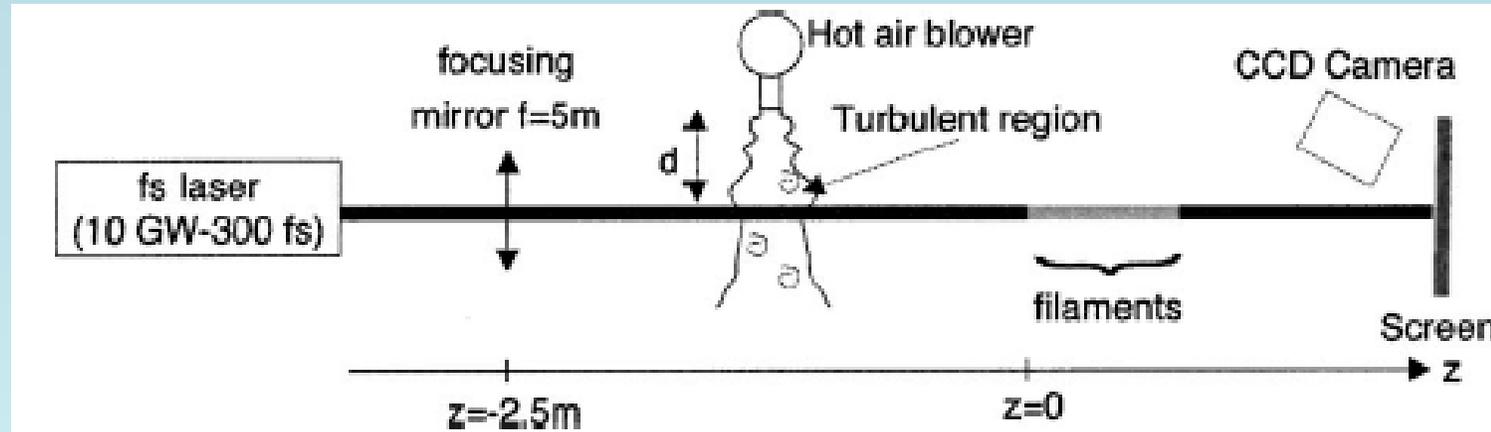
R. Ackermann, et al., OL, 2006
R. Salamé, et al., APL, 2007
A. Houard, et al., PR A, 2008

Вероятность образования филаментов после прохождения турбулентного слоя уменьшается

Филамент «выживает» после прохождения сильной турбулентности

Сильная турбулентность подавляет филаментацию

Филаментация в слое турбулентной атмосфере: лабораторный эксперимент



Пороговая величина C_n^2 для возникновения филаментов с вероятностью 10, 50 и 90% в зависимости от положения турбулентного слоя Z .

Здесь C_n^2 значительно превышает реальные значения для турбулентной атмосфере

Продольные флуктуации старта филамента в турбулентной атмосфере

Рост расстояния до начала филаментации:

Атмосферная турбулентность приводит к ухудшению поперечной когерентности пучка

$$r_0 \approx 1,68 [k^2 z C_n^2]^{-3/5}$$

- радиус Фрида

Для пучка: потеря когерентности – увеличение расходимости – турбулентное уширение пучка (короткоэкспозиционное, не связанное с блужданием)

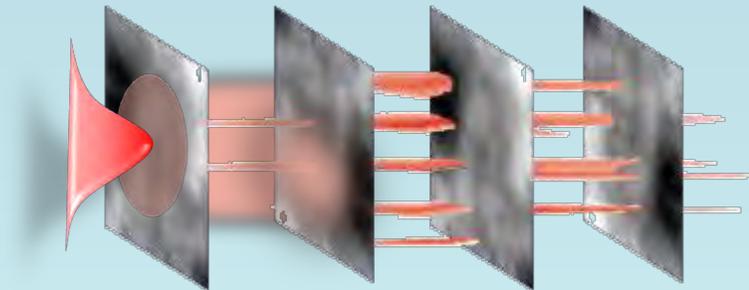
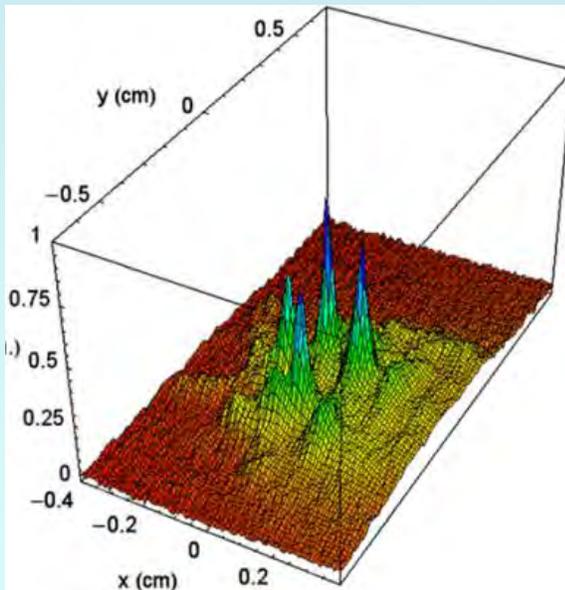
$$z_{fil} = \frac{0,367ka_0^2}{\left\{ \left[\left(\frac{P}{P_{cr}} \right)^{1/2} - 0,852 \right]^2 - 0,0219 \right\}^{1/2}}$$

- увеличение расстояния до старта филамента

Уменьшение расстояния до начала филаментации в турбулентной атмосфере

Вычислительный эксперимент:

Турбулентные флуктуации вызывают хаотическую множественную филаментацию и сокращают расстояние до начала филаментации



В.П. Кандидов и др., Квантовая электроника, 1999

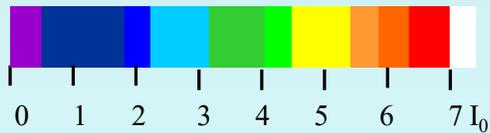
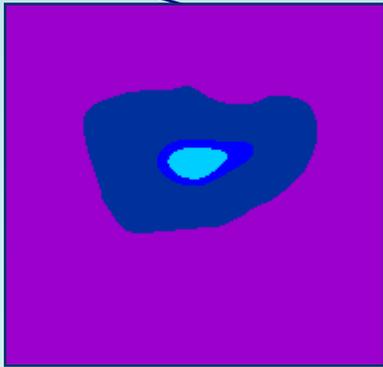
С.А. Шленов и др., Оптика атмосферы и океана, 2004

В.П. Кандидов и др., Оптика атмосферы и океана, 2010

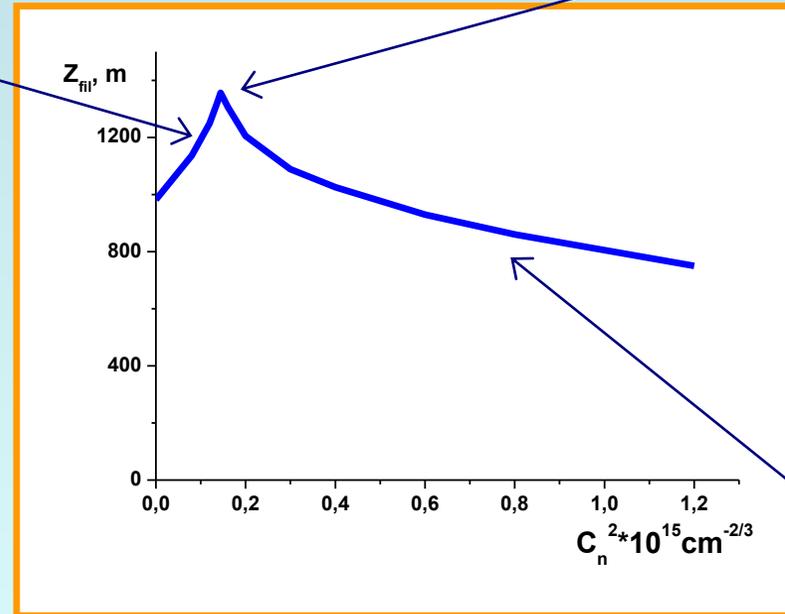
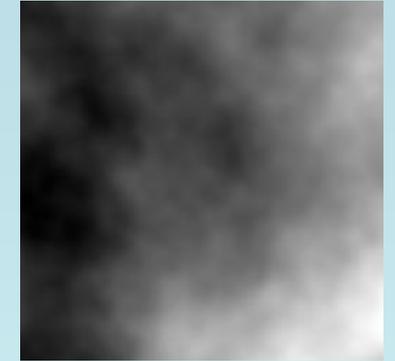
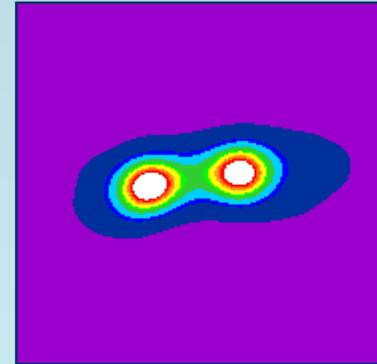
Эксперимент ($P = 20 P_{cr}$)
G.Paunescu, et al., AP B, 2009

Влияние “силы” турбулентности на начало филаментации

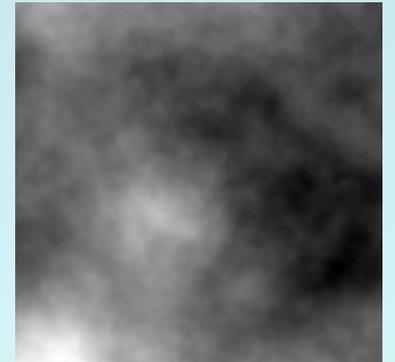
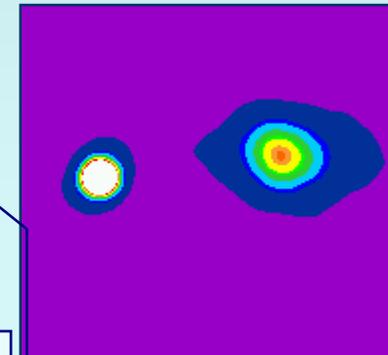
Искажение
формы
пучка



Конкуренция
двух
филаментов



Модуляционная
нестабильность



Радиус пучка $a_0=2$ см,
длительность импульса $\tau_0=250$ фс,
пиковая мощность $P = 4P_{\text{cr}}$

Shlenov S.A. et al., Proc. SPIE, v.6733, (2007)

Влияние внутреннего масштаба турбулентности на филаментация

Внутренний масштаб l_0 ограничивает пространственные флуктуации снизу.

С ростом внутреннего масштаба турбулентности расстояние до начала филаментации начинает увеличиваться.

С.А. Шленов и др., Оптика Атмосферы и Океана, 2004

Филаментация пучка в режиме одного филамента или модуляционная неустойчивость ?

$P \sim 100 P_{cr}$

G. Fibich, et.al., Physica D, 2001

Зависит от внутреннего масштаба l_0 .

Увеличение l_0 с 1 мм до 6 мм (радиуса пучка) приводило к подавлению быстрого развития модуляционной неустойчивости.

G. Spindler, et.al., AP B, 2009

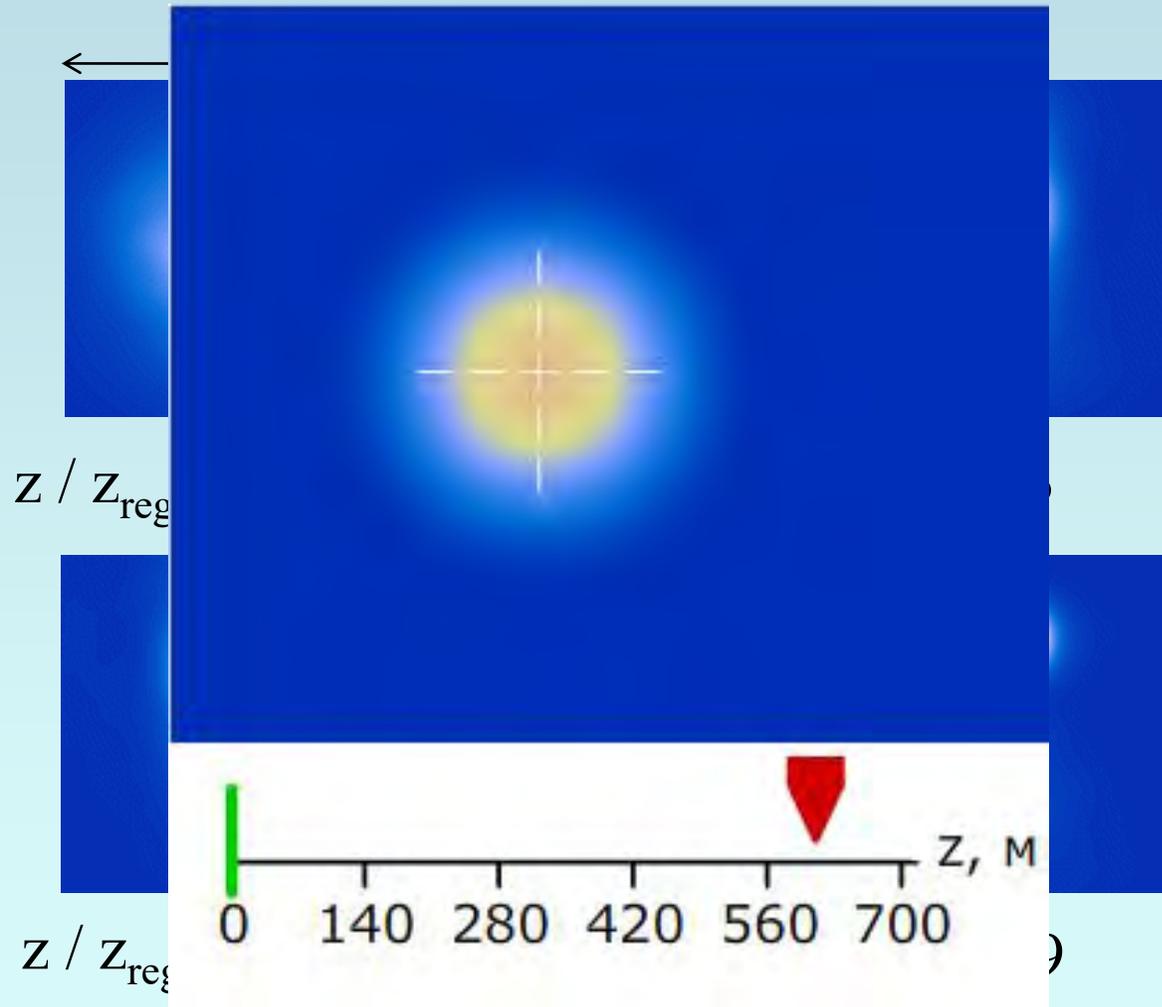


$l_0 = 1 \text{ мм}$



10 мм

Режим одного филамента ($P < 3 P_{cr}$). Интенсивность в поперечном сечении

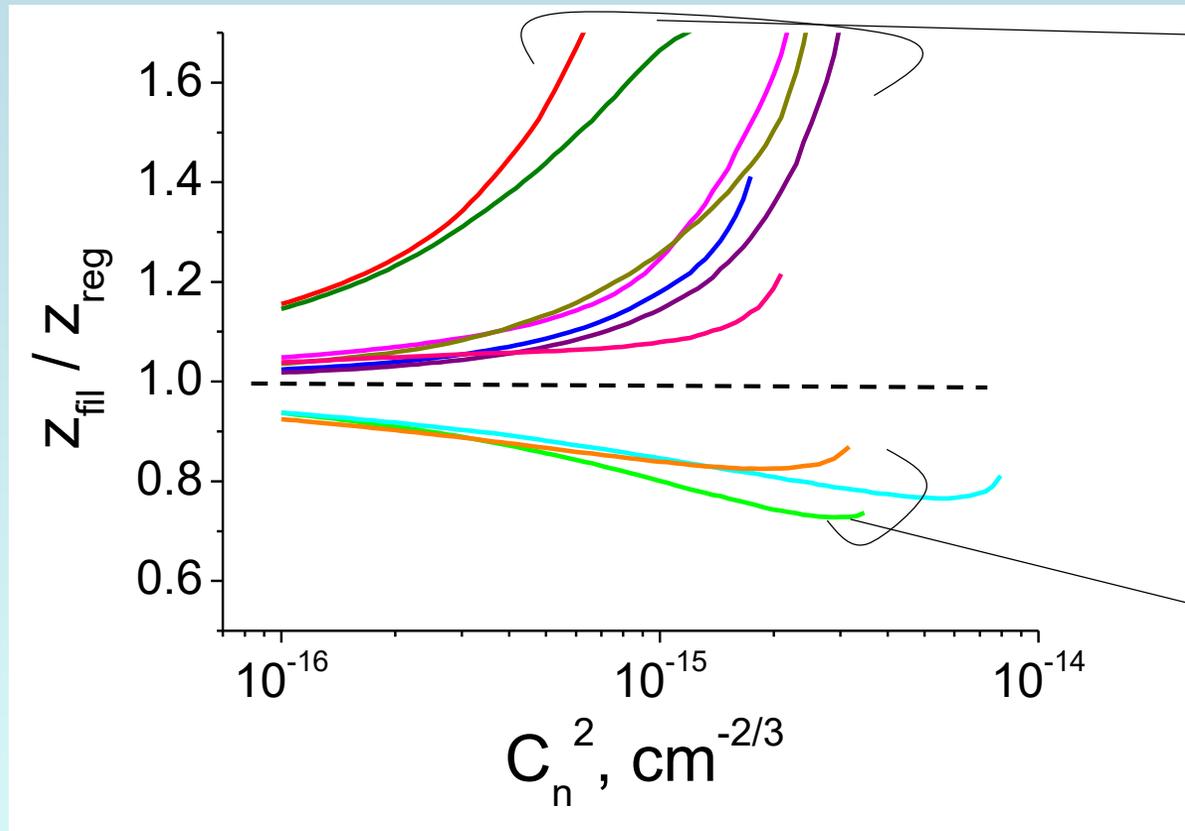


$$\begin{aligned}
 P &= 1,3 P_{cr} \\
 C_n^2 &= 10^{-15} \text{ см}^{-2/3} \\
 a_0 &= 0,75 \text{ см} \\
 z_{reg} &= 616 \text{ м} \\
 r_0 &= 3 \text{ см}
 \end{aligned}$$

$$r_0 \approx 1,68 [k^2 z C_n^2]^{-3/5}$$

$$z_{reg} = \frac{0,367ka_0^2}{\left\{ \left[\left(\frac{P}{P_{cr}} \right)^{1/2} - 0,852 \right]^2 - 0,0219 \right\}^{1/2}}$$

Расстояние до начала филаментации. 10 независимых импульсов



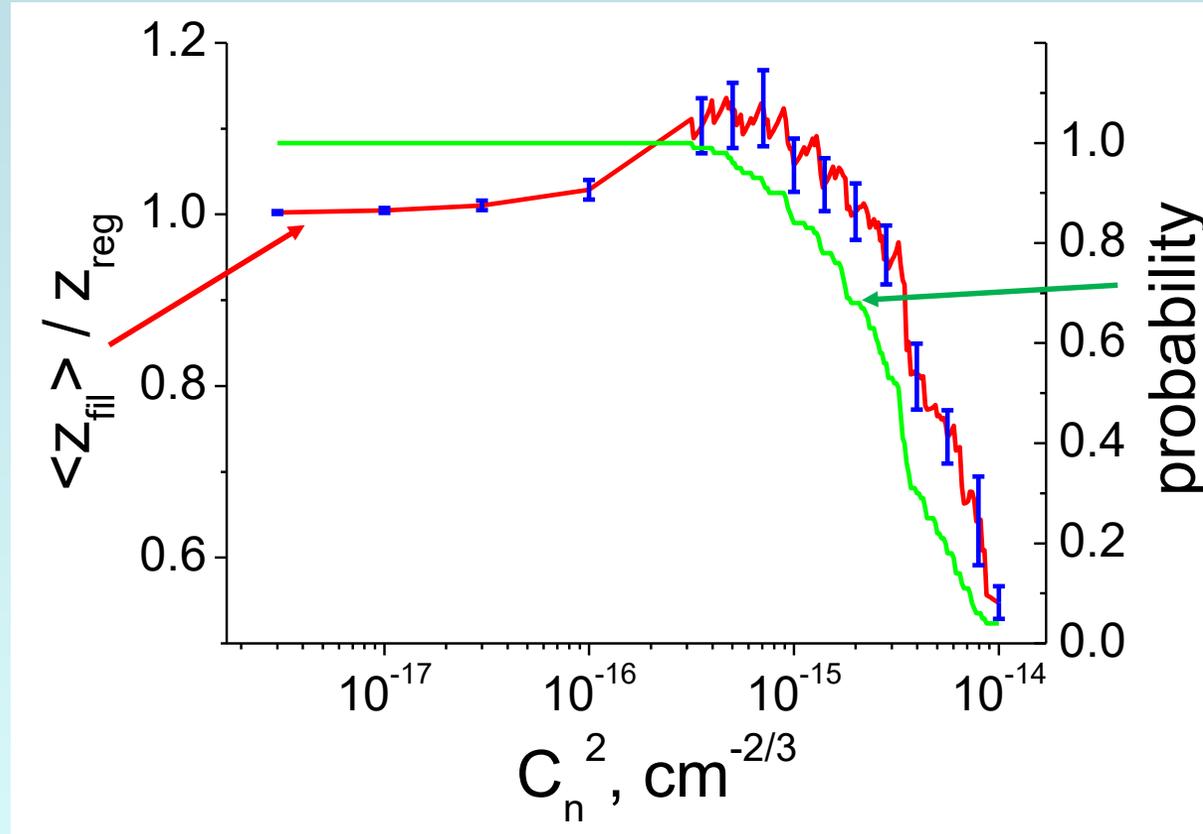
“Дальний старт”

$$\begin{aligned}
 P &= 1,3 P_{cr} \\
 a_0 &= 0,75 \text{ см} \\
 z_{reg} &= 616 \text{ м}
 \end{aligned}$$

“Ближний старт”

$$z_{reg} = \frac{0,367ka_0^2}{\left\{ \left[\left(\frac{P}{P_{cr}} \right)^{1/2} - 0,852 \right]^2 - 0,0219 \right\}^{1/2}}$$

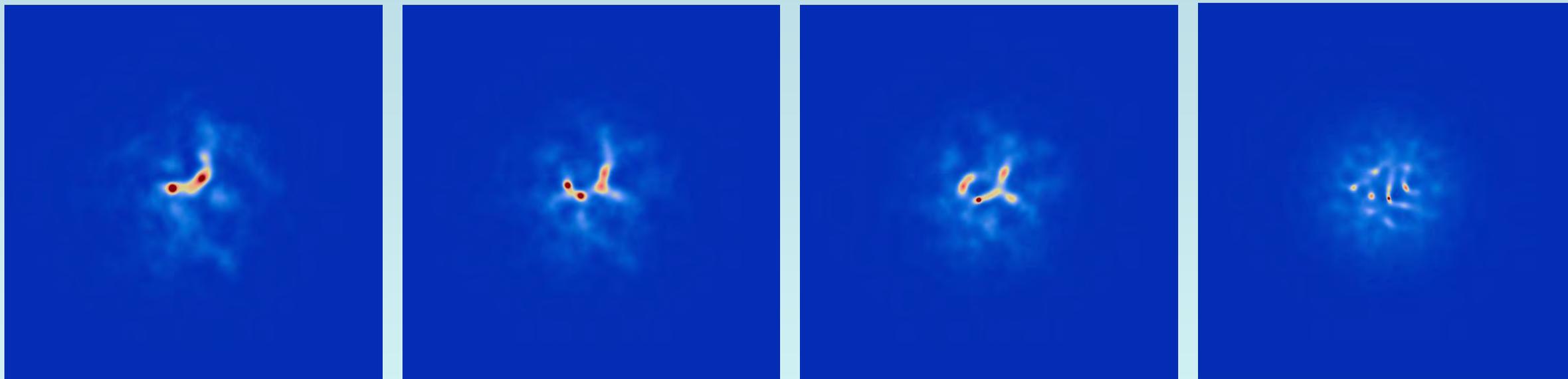
Режим одного филамента. Усреднение по 100 реализациям



$$P = 1,3 P_{cr}$$
$$a_0 = 0,75 \text{ см}$$
$$Z_{\text{reg}} = 616 \text{ м}$$

С увеличением турбулентности вероятность образования филамента падает, в основном, за счет «дальних» филаментов.

10.3 Расстояние до начала множественной филаментации



$P = 10P_{cr}$

$20P_{cr}$

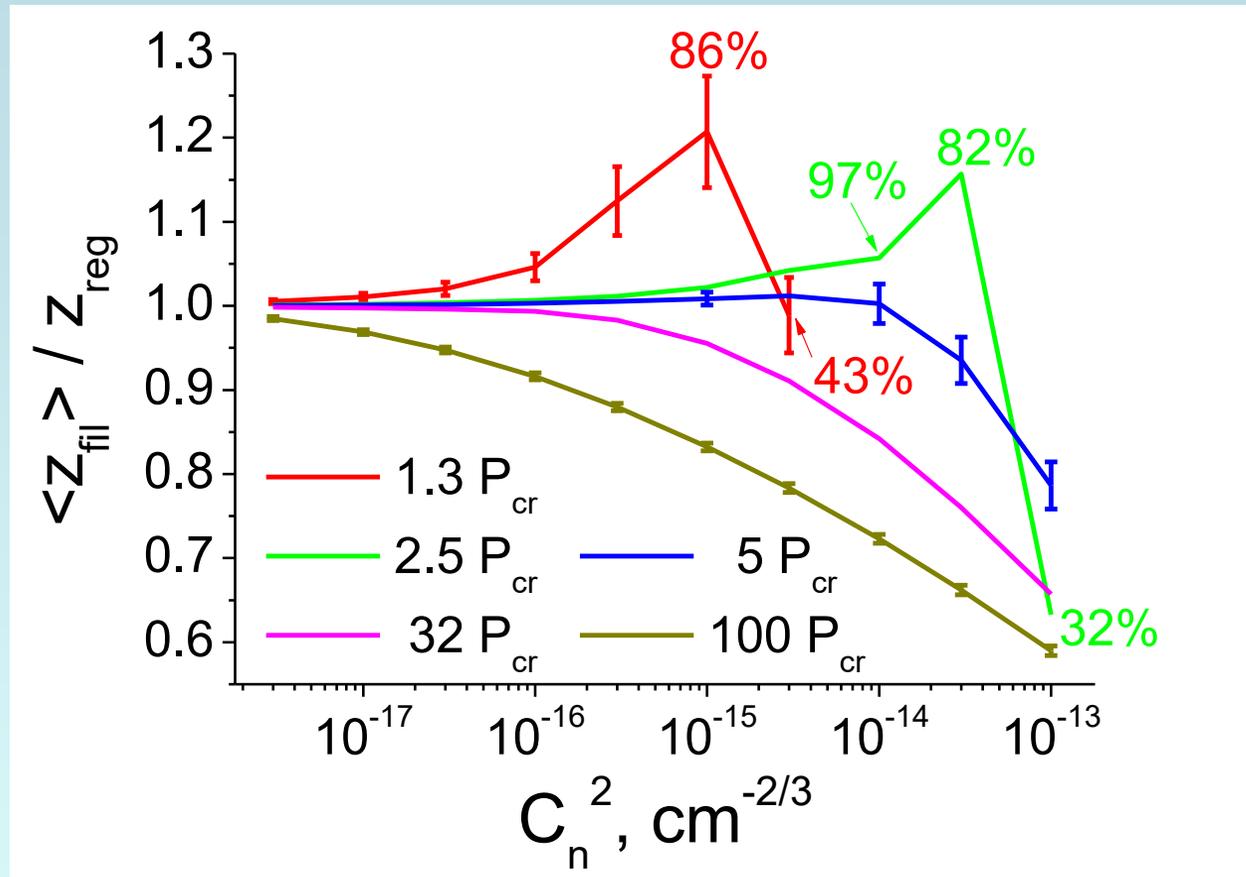
$32P_{cr}$

$100P_{cr}$

**Распределение интенсивности в окрестности начала филаментации
($P > 10 P_{cr}$)**

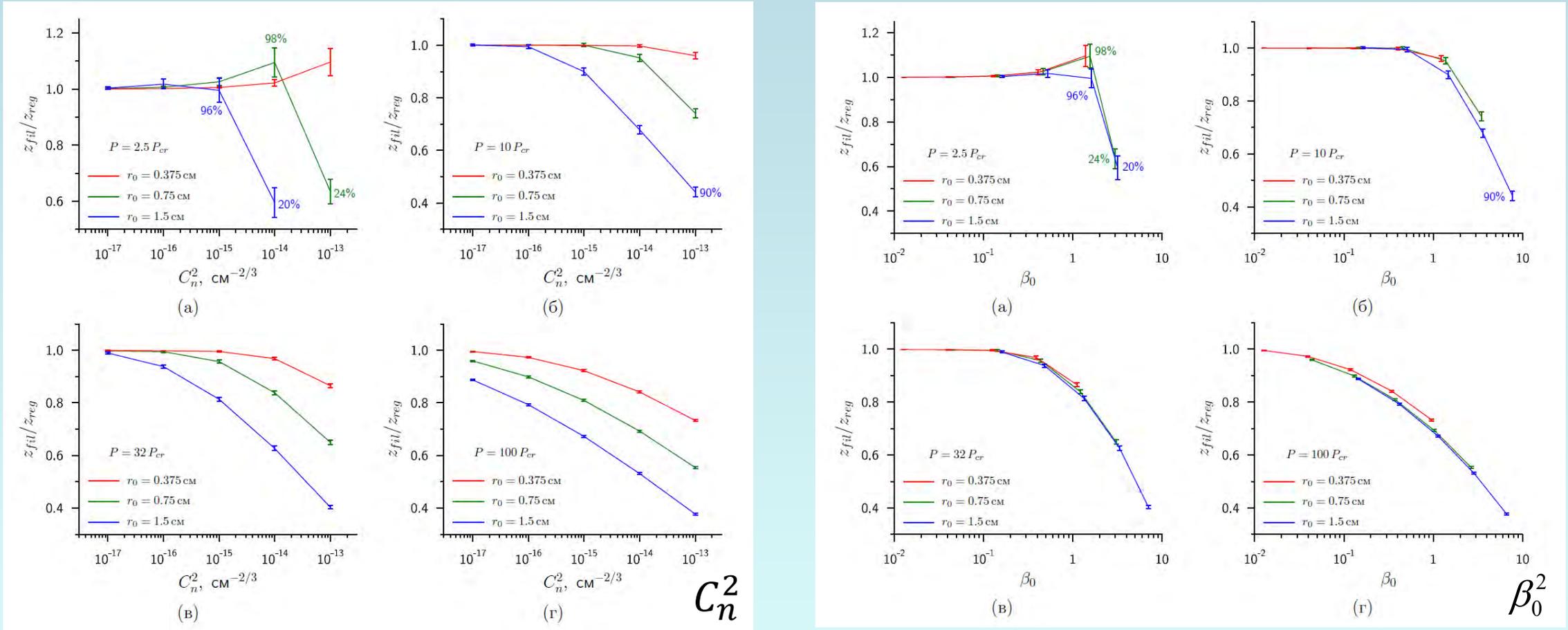
$$C_n^2 = 10^{-15} \text{ см}^{-2/3}$$

Влияние турбулентности на среднее расстояние до начала филаментации



- Низкая мощность $P < 3 P_{\text{cr}}$, - один филамент
- Высокая мощность $P > 10 P_{\text{cr}}$, - много филаментов

Влияние радиуса пучка на среднее расстояние до начала филаментации



Расстояние до нелинейного фокуса z_{fil} при различной турбулентности для разных радиусов r_0 и мощностей пучка $P = 2,5$ (а), 10(б), 32(в), 100(г) P_{cr} .

$$\beta_0^2 = 1,23 C_n^2 k^{7/6} z^{11/6}$$