Тема 1

Самофокусировка импульсного излучения

План лекции

- Самофокусировка пучка. Ретроспектива.
- Критическая мощность
  - Геометрооптическое приближение
  - Приосевое приближение
  - Вариационный подход
  - Численные оценки.
- Расстояние самофокусировки. Формула Марбургера
- Мода Таунса. Форм-фактор
- Сфокусированный пучок. Линзовые преобразования
- Дисперсия кубичной нелинейности
- Нестационарный отклик

Предсказание самофокусировки

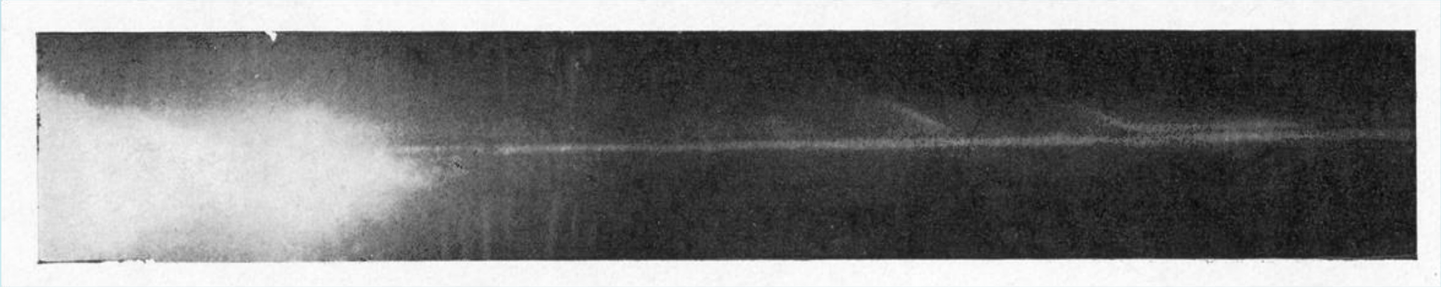
1961г., Г.А. Аскарьян:

«Интересно отметить, что … воздействие луча интенсивной радиации на среду может быть настолько сильным, что создастся перепад свойств среды в луче и вне луча, что вызовет волноводное распространение луча и устранит геометрическую и дифракционную расходимости — это интересное явление можно назвать самофокусировкой электромагнитного луча».

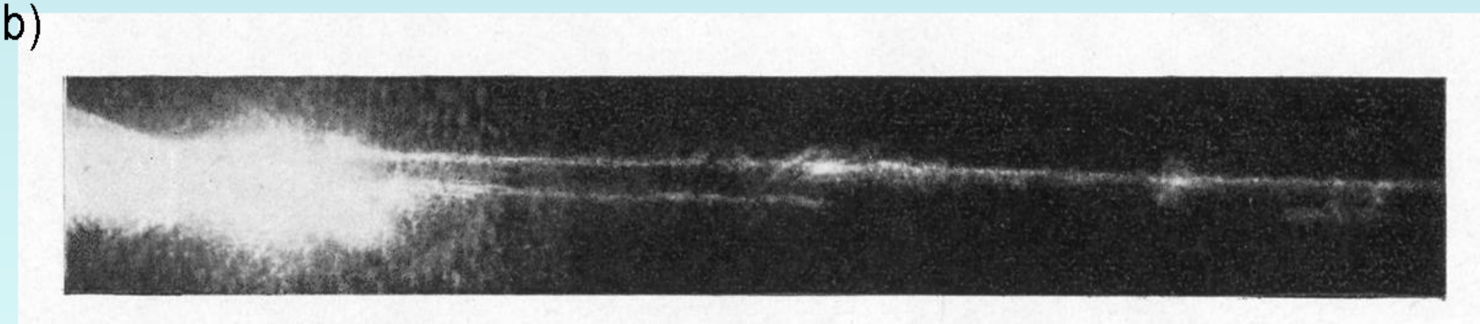
Первый эксперимент по наблюдению самофокусировки лазерного пучка

“…Самосфокусированное в узкую нить излучение лазера оставляло на фотобумаге, укрепленной с торца кюветы, четкий след в виде точки…”

a)



b)



Светящиеся каналы при фокусировке наносекундных импульсов на длине волны 1,06 мкм мощностью 20 мВт в кювету с циклогексаном (a), ортоксилолом (b).
Радиус фокусировки 28 мм, длина филамента около 5 см.

Пилипецкий Н.Ф., Рустамов А.Р., Письма в ЖЭТФ, (1965)

Первое наблюдение самофокусировки
(Согласно представлениям за рубежом)

M. Hercher:

Laser-induced Damage in Transparent Media.

Presents the first laboratory observation of self-focusing.

Only the abstract had been published in

J. Opt. Soc. Am., 54, 563 (1964).

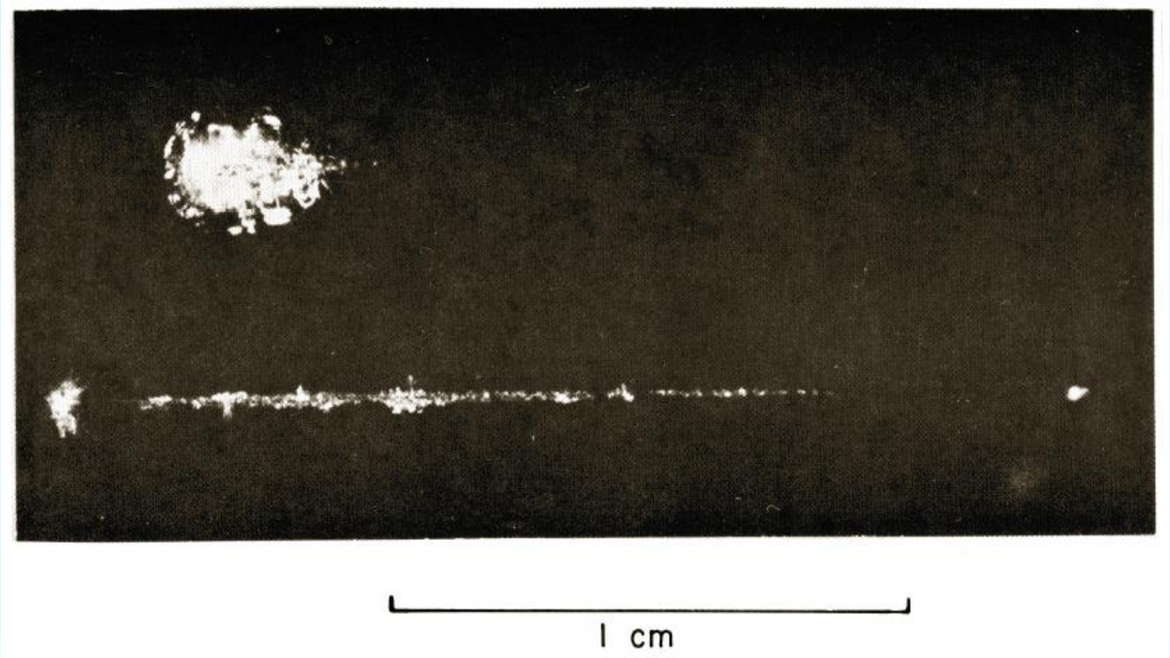
Self-focusing: Past and Present. Fundamentals and Prospects,
Editors: Boyd R.W., Lukishova S.G., Shen Y. R.
Topics in Applied Physics, 114, Springer, 2009.

This paper is published here for the first time in its entirety.

Характерные разрушения в стекле при различной фокусировке пучка

0,1 Дж, 10 МВт, ~10 нс

M. Hercher “Laser-induced Damage in Transparent Media”



Вверху: короткофокусная линза, внизу – длиннофокусная

Self-focusing: Past and Present. Fundamentals and Prospects,
Editors: Boyd R.W., Lukishova S.G., Shen Y. R.
Topics in Applied Physics, 114, Springer, 2008, P.279

Самофокусировка пучка в воздухе

сходящийся пучок

*Korobkin V.V., Alcock A.J. Phys. Rev. Lett., v. 21, 1433 (**1968)***

коллимированный пучок (10^{12} Вт, 20 пс, 1,06 мкм)

Басов Н.Г., Крюков Н.Г., Сенатский Ю.В., Чекалин С.В.
*Препринт ФИАН СССР № 91 (1969); ЖЭТФ (**1969**)*

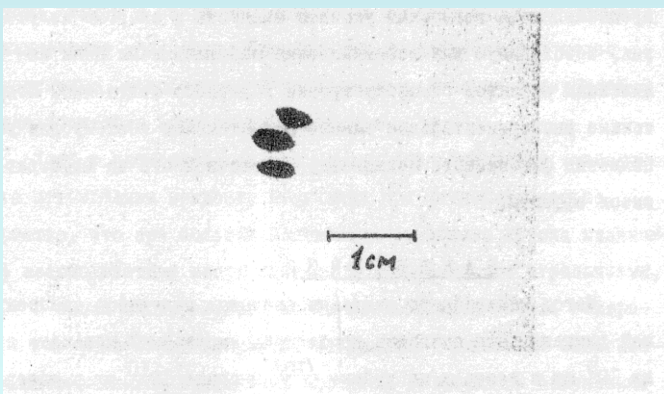
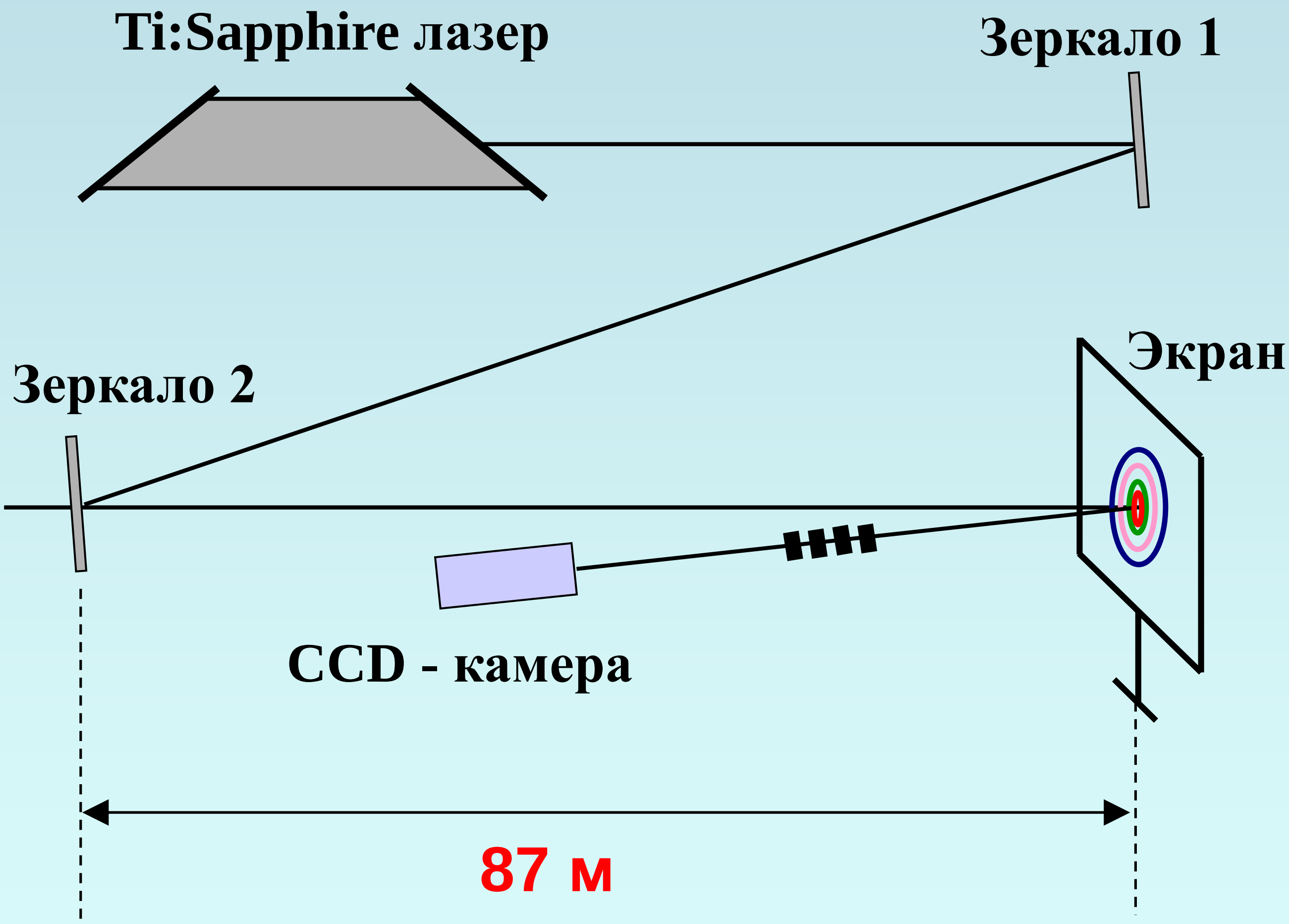


Рис.6. Фотографии отпечатка излучения на фотопластинке, помещенной на расстоянии 25 м от выхода усилителя.

Пятно столь малых размеров не может быть получено даже при дифракционной расходимости пучка диаметром ~ 0,5 мм. Угловая расходимость излучения ~ $3 \cdot 10^{-2}$ рад

*Braun A., Korn G., Liu X., Du D., Squier J., Mourou G. "Self-channeling of high-peak-power femtosecond laser pulses in air", Opt. Lett., v. 20, 73 (**1995**).*

Схема эксперимента по наблюдению Филаментации в воздухе



$\tau_0 = 45$ фс

$a_0 = 7.7$ мм

$\lambda = 800$ нм

$P_{пик} \approx 20\, P_{крит}$

$ka_0^2 = 466$ м

W=5-40 mJ

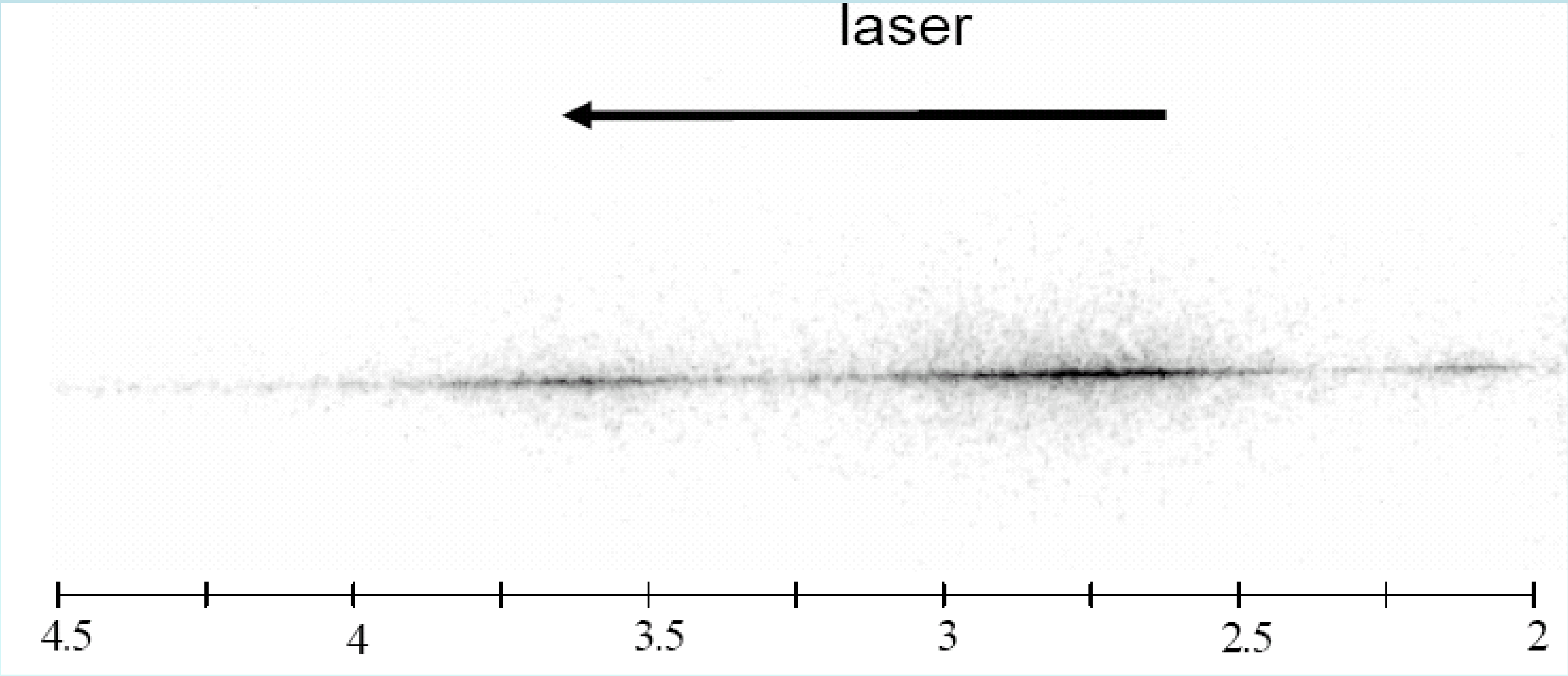
S.L. Chin, *University Laval, Quebec, Canada, (1997)*

Изображение филамента в воздухе

Вид сбоку

Филамент получен при фокусировке линзой с F=5 м импульса энергией 13 мДж длительностью 45 фс.

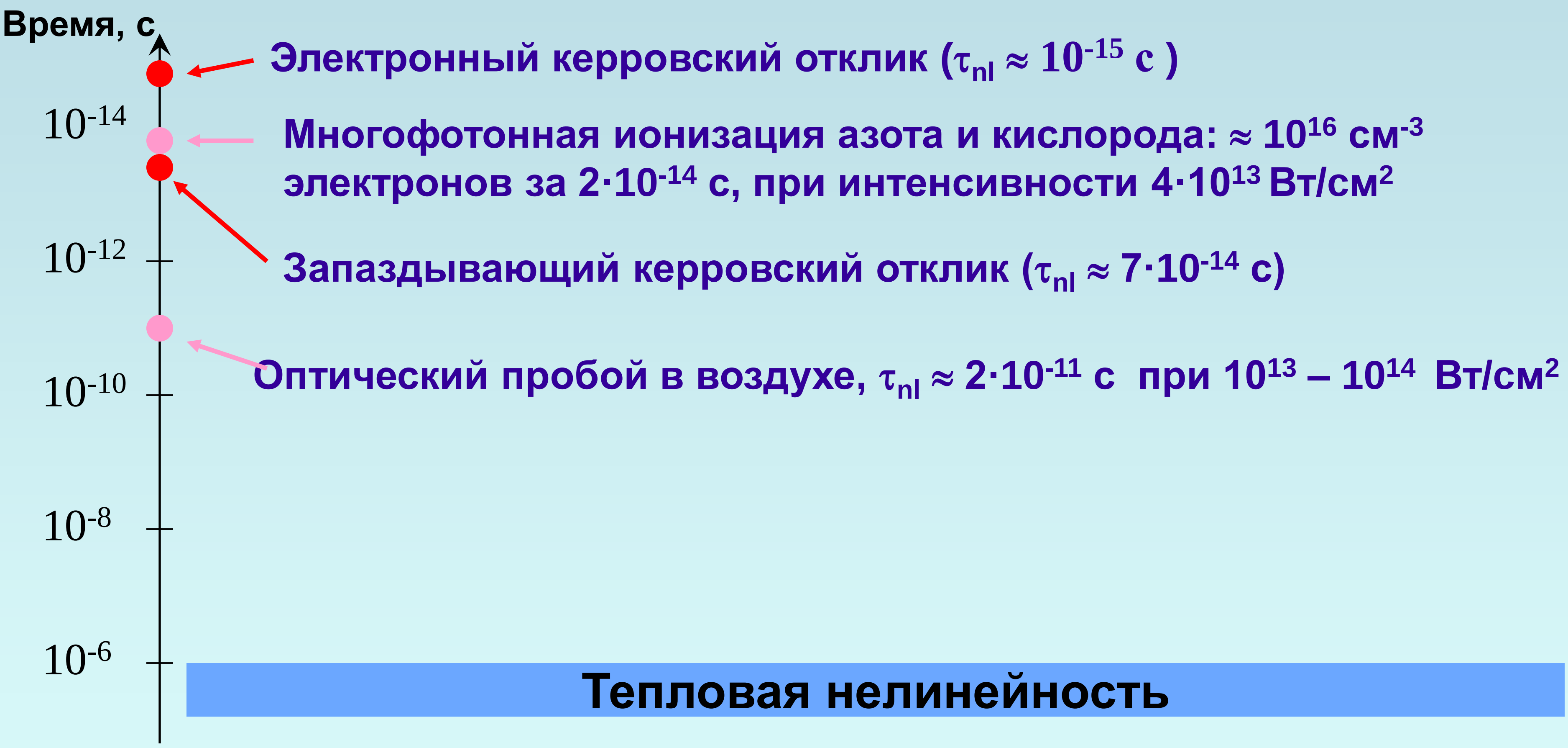
Диаметр филамента 100 мкм



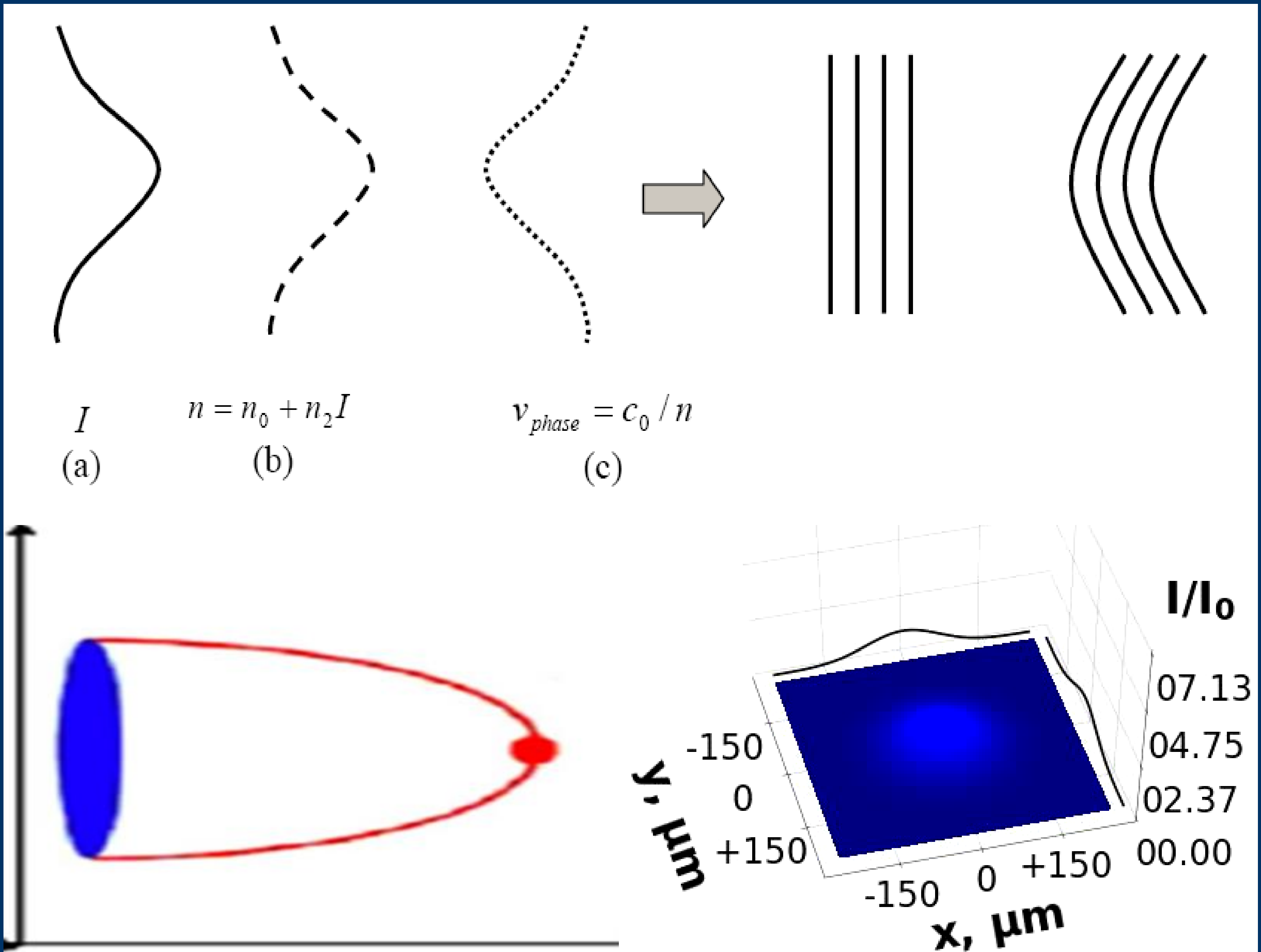
Расстояние в метрах

Chin S.L., *et al., Can. J. Phys., v. 83, p. 863, (2005).*

Временные масштабы явления

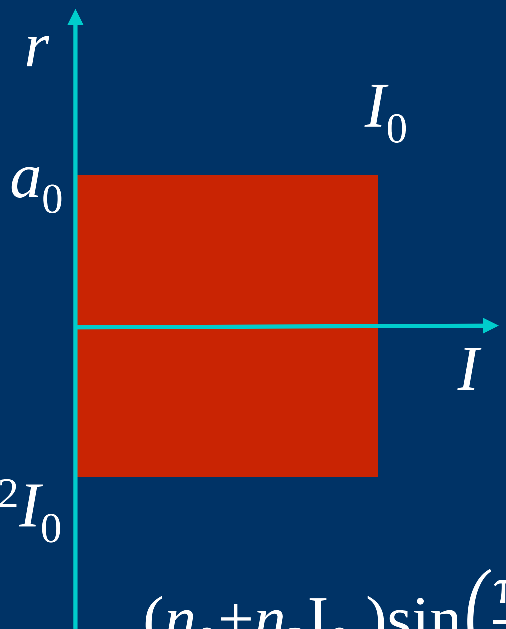


Самофокусировка пучка

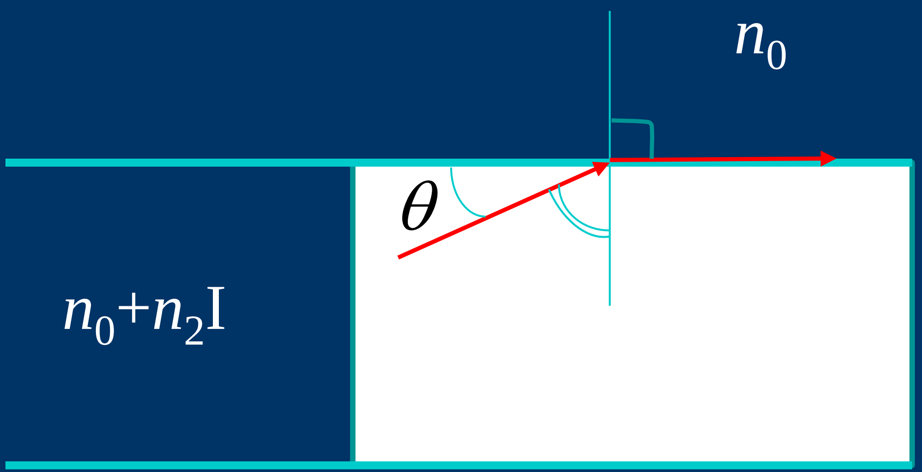


Критическая мощность

Геометрооптическое приближение



$P = \pi a_0^2 I_0$



$$(n_0+n_2\mathrm{I}_0)\sin\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right) = n_0 \qquad \theta = \theta_{диф} = \frac{0{,}61\lambda}{a_0}$$

$$(n_0+n_2\mathrm{I}_0)\cos\theta \approx (n_0+n_2\mathrm{I}_0)\left(1-\frac{\theta^2}{2}\right) = n_0 \;\Rightarrow\; n_2\mathrm{I}_0 \approx n_0\frac{\theta^2}{2}$$

$$P_{cr}^{го} = \frac{\pi(0{,}61)^2\lambda^2 n_0}{2n_2} \qquad \lambda = \frac{2\pi}{k} \qquad P_{cr}^{го} = \frac{2\pi^3(0{,}61)^2 n_0}{k^2 n_2}$$

Приосевое безаберрационное приближение

$$2ik\frac{\partial A}{\partial z} = \Delta_{\perp} A$$

$n = n_0 + n_2 \mathrm{I}$

$$I = \frac{c n_0 \varepsilon_0}{2} |A^2|$$

$$\Delta_{\perp} = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$$

Решение в виде: $$A(r,z) = A_0(r,z)e^{-ikS(r,z)}$$ S –эйконал

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

Приосевое безаберрационное приближение

Re: $$2\frac{\partial S}{\partial z} + (\nabla_\perp S)^2 = \frac{2n_2 I}{n_0} + \frac{\Delta_\perp \mathrm{A}_0}{k^2 \mathrm{A}_0}$$

Im: $$\frac{\partial A_0}{\partial z} + (\nabla_\perp S)(\nabla_\perp A_0) + \frac{1}{2}\mathrm{A}_0 \Delta_\perp S = 0$$

В осесимметричном случае:

$$2\frac{\partial S}{\partial z} + \left(\frac{\partial S}{\partial r}\right)^2 = \frac{2n_2 I}{n_0} + \frac{1}{k^2 A_0}\left(\frac{\partial^2 A_0}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial A_0}{\partial r}\right)$$

$$\frac{\partial A_0}{\partial z} + \frac{\partial S}{\partial r}\frac{\partial A_0}{\partial r} + \frac{A_0}{2}\left(\frac{\partial^2 S}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial S}{\partial r}\right) = 0$$

Приосевое безаберрационное приближение

Начальные условия:

$$A_0(\mathrm{r}, \mathrm{z}=0) = E_0 e^{-r^2/2a^2} \qquad I(\mathrm{r}, \mathrm{z}=0) = I_0 e^{-r^2/a^2}$$

Безаберрационное приближение:

Гауссовский пучок

$$A_0(\mathrm{r}, \mathrm{z}) = \frac{E_0}{f} e^{-r^2/2a^2 f^2} \qquad I(\mathrm{r}, \mathrm{z}) = \frac{I_0}{f^2} e^{-r^2/a^2 f^2}$$

Параболический волновой фронт

$$S(\mathrm{r}, \mathrm{z}) = \frac{r^2}{2}\frac{1}{f}\frac{\partial f}{\partial z} + const(z) \qquad f(\mathrm{z}) = ?$$

Приосевое безаберрационное приближение

Приосевое приближение ($\mathrm{r} \ll af$):

$$I(\mathrm{r},\mathrm{z}) = \frac{I_0}{f} e^{-r^2/a^2 f^2} \approx \frac{I_0}{f^2(z)}\left(1 - \frac{r^2}{a^2 f^2(z)}\right)$$

Подставляя в уравнение для S, получаем

$$f^3 \frac{d^2 f}{d(z^2)} = \left(-\frac{1}{L_{\text{нл}}^2} + \frac{1}{L_{\text{д}}^2}\right)$$

$$L_{\text{нл}}^2 = \frac{n_0 a^2}{2 n_2 I_0}$$

$$L_{\text{д}}^2 = (ka^2)^2$$

$$\Rightarrow \frac{df^2}{d(z^2)} = \left(-\frac{1}{L_{\text{нл}}^2} + \frac{1}{L_{\text{д}}^2}\right)$$

$$f^2(z) = const \quad \to L_{\text{нл}}^2 = L_{\text{д}}^2$$

$$\frac{n_0 a^2}{2 n_2 I_0} = k^2 a^4 \qquad \frac{\pi n_0}{2k^2 n_2} = \pi a^2 I_0$$

$$P_{cr}^{\text{го}} = \frac{2\pi^3 (0{,}61)^2 n_0}{k^2 n_2}$$

$$P_{cr}^{\text{по}} / P_{cr}^{\text{го}} \approx 0{,}07$$

$$\boxed{P_{cr}^{\text{по}} = \frac{\pi n_0}{2k^2 n_2}}$$

Безразмерное нелинейное уравнение квазиоптики

$$2ik\frac{\partial A}{\partial z} = \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} + \frac{2k_0^2}{n_0} n_{2A}|A|^2 A$$

$$x' = \frac{x}{a},\ y' = \frac{y}{a},\ z' = \frac{z}{k\,a^2},\ A' = \frac{A}{E_0}$$

P_0

В безразмерных переменных (опуская штрихи)

$$2i\frac{\partial A}{\partial z} = \Delta_\perp A + R|A|^2 A$$

$$R = \frac{2k^2 a^2 n_{2A} E_0^2}{n_0} = \frac{2k^2 \pi a^2 n_2 I_0}{\pi n_0}$$

$$R = \frac{P_0}{P_{cr}^{ПО}}$$

$$P_{cr}^{\text{по}} = \frac{\pi n_0}{2k^2 n_2}$$

Вариационный подход

$$\boxed{2i\frac{\partial A}{\partial z} = \Delta_\perp A + R|A|^2 A}$$

Решение ищется как функция, минимизирующая функционал:

$$\Phi[A, A^*] = \int_0^z dz \left[\int_{-\infty}^{\infty} dxdy \left\{i\left(\frac{\partial A}{\partial z}A^* - \frac{\partial A^*}{\partial z}A\right)\right\} + H[A, A^*]\right]$$

Гамильтониан системы:

$$\mathrm{H}[A, A^*] = \int_{-\infty}^{\infty} dxdy \left(\nabla_\perp A \nabla_\perp A^* - \frac{R}{2}(AA^*)^2\right)$$

Эквивалентность вариационной формулировки

Условие минимума функционала $\delta_{A^*}\Phi[A, A^*] = 0$

где $\delta_{A^*}\Phi = \dfrac{\partial \Phi}{\partial A^*}\delta A^*$

$$\delta_{A^*}\Phi[A, A^*] = \int_0^{z^*} dz \left[\int_{-\infty}^{\infty} dxdy \left\{ i \left(\frac{\partial A}{\partial z}\delta A^* - A\frac{\partial \delta A^*}{\partial z} \right) \right\} + \delta_{A^*}H[A, A^*] \right]$$

Вариация $\delta A^* = 0$ при $z = 0$ и $z = z^*$

$$\int_0^{z^*} -A\frac{\partial \delta A^*}{\partial z}\, dz = -A\delta A^* \,\Big|_0^{z^*} + \int_0^{z^*} \frac{\partial A}{\partial z}\delta A^* dz$$

Эквивалентность вариационной формулировки

Второе слагаемое $\mathrm{H}[A, A^*] = \int_{-\infty}^{\infty} dxdy \left(\nabla_\perp A \nabla_\perp A^* - \frac{R}{2} (AA^*)^2 \right)$

$$\int_0^{z^*} dz\, \delta_{A^*} H[A, A^*] = \int_0^{z^*} dz \int_{-\infty}^{\infty} dxdy (\nabla_\perp A \nabla_\perp \delta A^* - R(AA^*) A \delta A^*)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} dy \int_{-\infty}^{\infty} dx \left(\frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial A}{\partial y} \right) \left(\frac{\partial \delta A^*}{\partial x} + \frac{\partial \delta A^*}{\partial y} \right) \rightarrow$$

$$\rightarrow \int_{-\infty}^{\infty} dy \left\{ \left[\frac{\partial A}{\partial x} \delta A^* |_{-\infty}^{\infty} - \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} \delta A^* dx \right] \right\}$$

т.к. пучок ограничен

Эквивалентность вариационной формулировки

$$\delta_{A^*}\Phi[A,A^*] = \int_0^{z^*} dz \int_{-\infty}^{\infty} dxdy \left\{2i\frac{\partial A}{\partial z} - \left(\frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial y^2}\right) - R(AA^*)A\right\}\delta A^* =$$

$$= 0 \quad \forall\, \delta A^*$$

Условие минимума функционала можно представить в виде:

$$\delta_{A^*}\Phi[A,A^*] = \int_0^{z^*} dz \left[2i\frac{\partial A}{\partial z}\delta A^* + \delta_{A^*}H[A,A^*]\right] = 0$$

Неизменность формы пучка $\rightarrow \dfrac{\partial A}{\partial z} = 0 \quad \rightarrow H[A,A^*] = 0$

Т.е. критическая мощность из условия

$$\mathrm{H}[A,A^*] = \int_{-\infty}^{\infty} dxdy \left(\nabla_\perp A \nabla_\perp A^* - \frac{R}{2}(AA^*)^2\right) = 0$$

Вариационная оценка критической мощности для гауссовского пучка

$$A_0(\mathrm{r}, \mathrm{z} = 0) = E_0 e^{-r^2/2a^2}$$

В безразмерных переменных

$$A(r,z) = A_0 / E_0 = e^{-r^2/2} = e^{-(x^2+y^2)/2}$$

$$\mathrm{H}[A, A^*] = \int_{-\infty}^{\infty} dxdy \left(\nabla_\perp A \nabla_\perp A^* - \frac{R}{2} (AA^*)^2 \right) = 0$$

$$\mathrm{H}[A, A^*] = \int_{-\infty}^{\infty} dxdy \left\{ \left[\left(\frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \right) e^{-\frac{x^2+y^2}{2}} \right]^2 - \frac{R}{2} e^{-2(x^2+y^2)} \right\} =$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} dxdy \left\{ \left[(x^2 + 2xy + y^2) e^{-(x^2+y^2)} \right] - \frac{R}{2} e^{-2(x^2+y^2)} \right\} =$$

$$= \pi - \pi \frac{R}{4} = 0 \ \rightarrow \ \mathrm{R} = 4$$

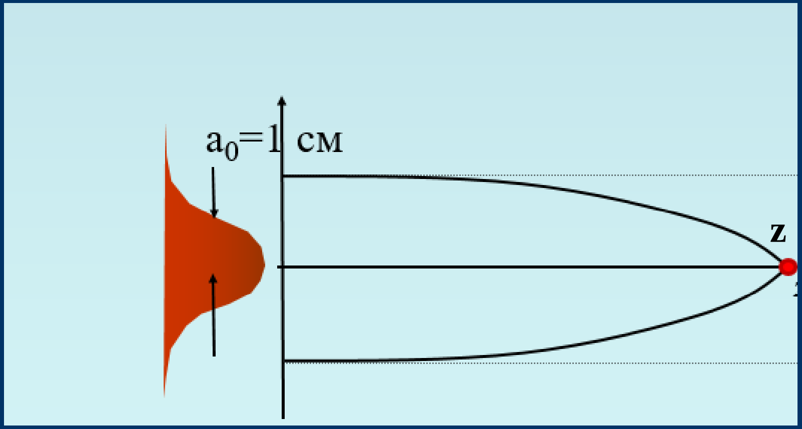
$$\boxed{R = \frac{P_0}{P_{cr}^{ПО}}}$$

$$\boxed{P_{cr}^{B} = 4 P_{cr}^{ПО}}$$

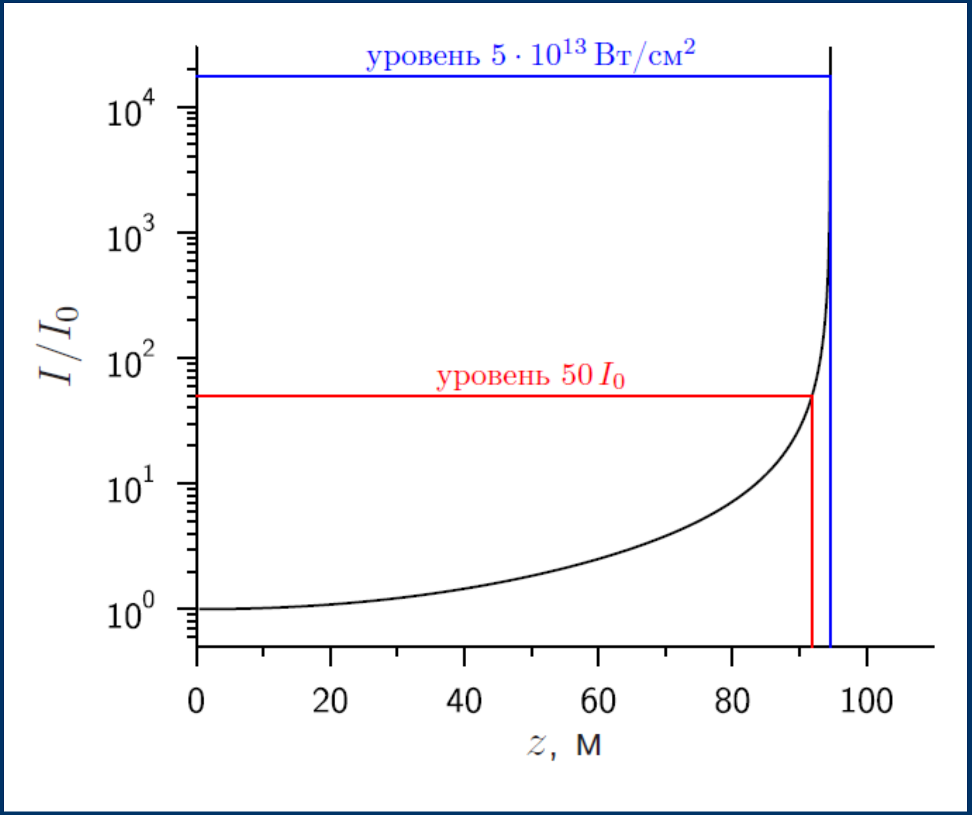
Численная оценка критической мощности

$$2i\frac{\partial A}{\partial z} = \Delta_\perp A + R|A|^2 A$$

$$A(r, z=0) = e^{-(x^2+y^2)/2}$$



$$R_{cr} = 3{,}77$$



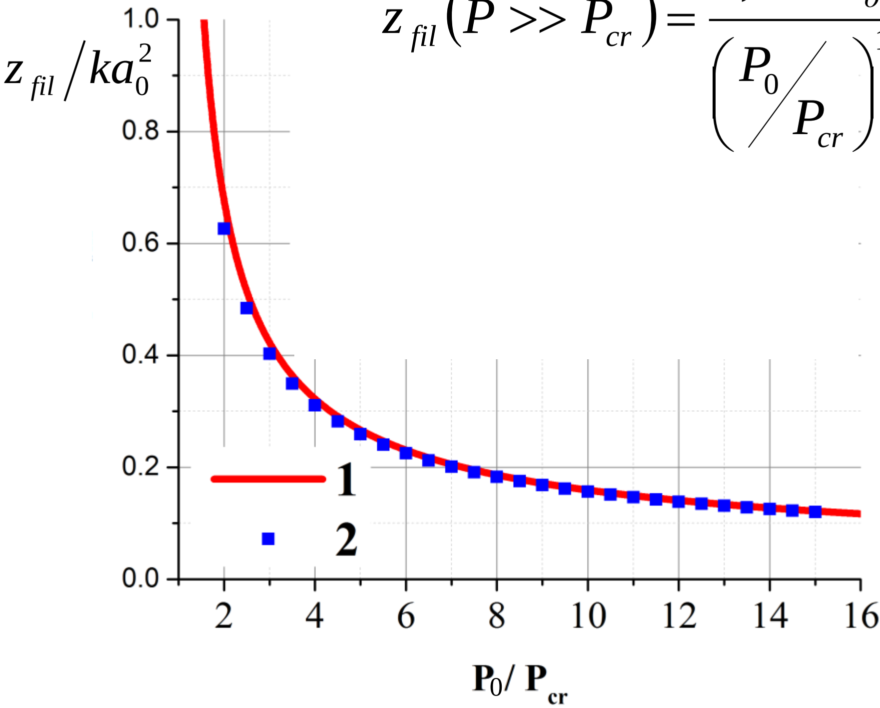
Расстояние самофокусировки

Коллимированный пучок гауссового профиля

$$z_{fil} = \frac{0{,}367\, k a_0^2}{\left\{ \left[\left(\dfrac{P_0}{P_{cr}} \right)^{1/2} - 0{,}852 \right]^2 - 0{,}0219 \right\}^{1/2}}$$

Формула "Марбургера",
Marburger J.H.
Prog. Quantum Electron, 1974

$$z_{fil}\left(P >> P_{cr}\right) = \frac{0{,}367\, z_{диф}}{\left(P_0 \big/ P_{cr} \right)^{1/2}}$$



$$z_{nl} = \frac{0{,}366\, k a_0^2}{\left\{ \left[\left(\dfrac{P_0}{P_{cr}} \right)^{1/2} - 0{,}825 \right]^2 - 0{,}03 \right\}^{1/2}}$$

Таланов В.И.
Известия вузов. Сер. Радиофизика, 1967

Мода Таунса. Форм-фактор.

$$\boxed{2i\frac{\partial A}{\partial z} = \Delta_\perp A + R|A|^2 A}$$

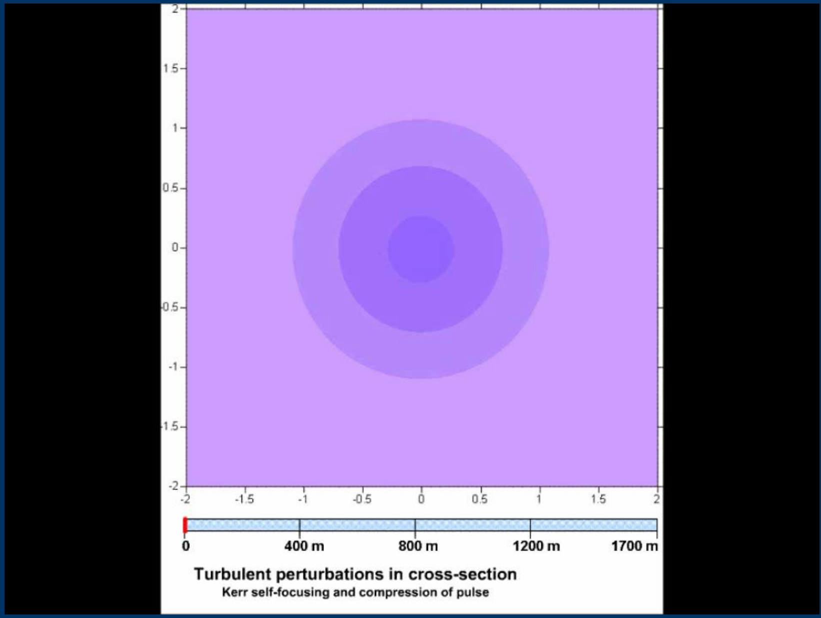
Решение ищем в виде : $A(r,z) = e^{-i\gamma z}T(r)$

$T'(r=0) = 0$

$T(\mathrm{r} \to \infty) = 0$

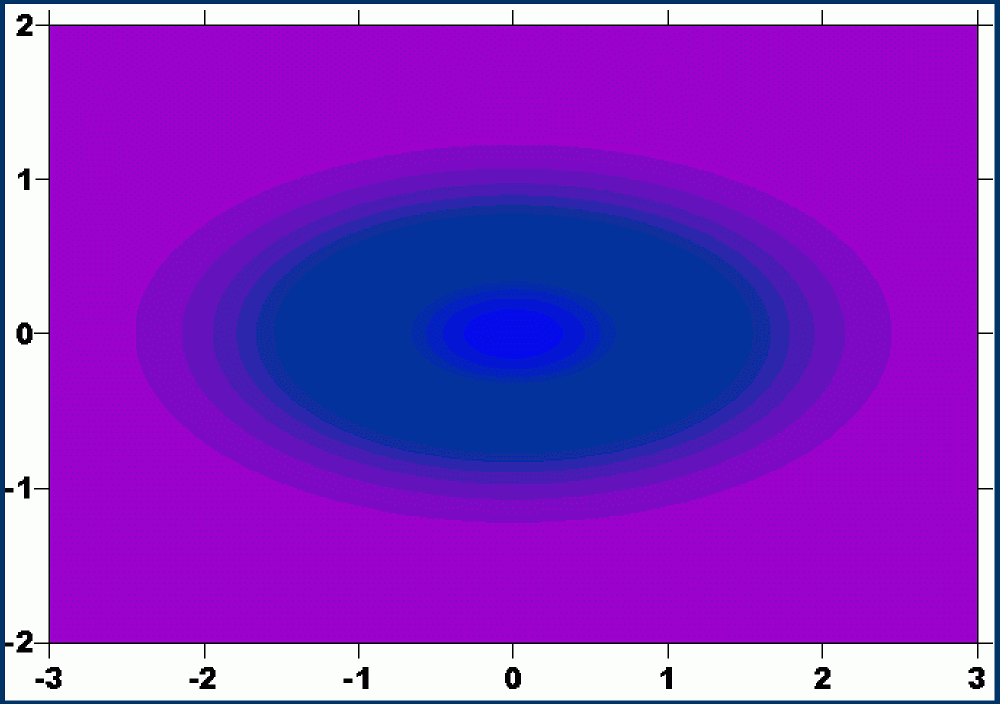
$$\boxed{2\gamma T = \Delta_\perp T + RT^3}$$

$$\boxed{R_T = 3{,}72}$$



Эллиптический пучок

$$A(x, y, z = 0) = A_0 exp\left\{-\frac{x^2}{2a^2} - \frac{y^2}{2b^2}\right\}$$



$$\boxed{R_{эл}^{вар} = 2\frac{a^2 + b^2}{ab}}$$

Самофокусировка фокусированных пучков

$$2ik\frac{\partial A}{\partial z} = \Delta_{\perp}A + \frac{2k^2 n_2 |A|^2}{n_0}A$$

$$A(x, y, z=0) = A_0 \exp\left\{-\frac{x^2+y^2}{2a_0^2}\right\}\exp\left(ik\frac{x^2+y^2}{2F}\right)$$

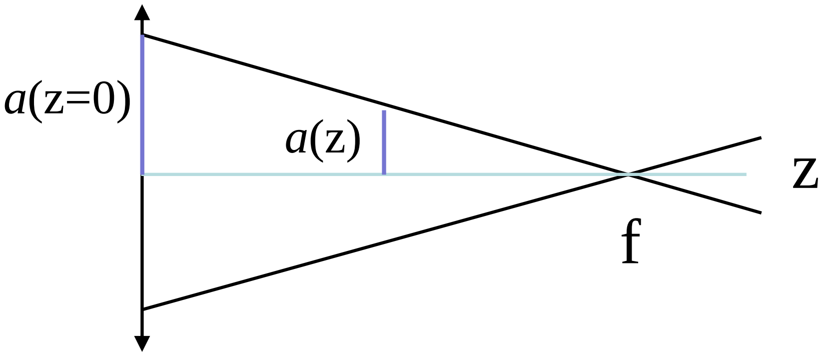
Безразмерные координаты

$$x \to \frac{x}{a_0}, y \to \frac{y}{a_0}, z \to \frac{z}{ka_0^2}, A \to \frac{A}{A_0}$$

$$2i\frac{\partial A}{\partial z} = \Delta_{\perp}A + R|A|^2 A$$

$$A(x, y, z=0) = \exp\left\{-\frac{x^2+y^2}{2}\right\}\exp\left(i\frac{x^2+y^2}{2f}\right), \quad f \to \frac{F}{ka_0^2}$$

Линзовые преобразования



$$\frac{a(z)}{f-z}=\frac{a(z=0)}{f}\Rightarrow a(z)=a(z=0)\frac{f-z}{f}$$

$$a(z)=a(z=0)\left(1-\frac{z}{f}\right)$$

Прямое преобразование

$$\boldsymbol{\xi}=\frac{\boldsymbol{x}}{1-\boldsymbol{z}/\boldsymbol{z}_L}\qquad \boldsymbol{\eta}=\frac{\boldsymbol{y}}{1-\boldsymbol{z}/\boldsymbol{z}_L}\qquad \zeta=\frac{z}{1-z/z_L}$$

Обратное преобразование

$$\boldsymbol{x}=\xi\frac{1}{1+\dfrac{\zeta}{\boldsymbol{z}_L}}\qquad \boldsymbol{y}=\eta\frac{1}{1+\dfrac{\zeta}{\boldsymbol{z}_L}}\qquad \boldsymbol{z}=\zeta\frac{1}{1+\dfrac{\zeta}{\boldsymbol{z}_L}}$$

Связь между комплексными амплитудами в обычных и линзовых координатах

$$A(x,y,z)=\frac{1}{1-\dfrac{z}{z_L}}\cdot A(\xi,\eta,\zeta)\exp\left\{-i\frac{x^2+y^2}{2(z-z_L)}\right\}$$

$$A(x,y,z)=\frac{z_L+\zeta}{z_L}\cdot A(\xi,\eta,\zeta)\exp\left\{+i\frac{\xi^2+\eta^2}{2(z_L+\zeta)}\right\}$$

Операторы дифференцирования в линзовых координатах

$$\boldsymbol{\xi} = \frac{\boldsymbol{x}}{1 - \boldsymbol{z} / \boldsymbol{z}_L} \qquad \frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial \xi} \frac{1}{1 - \dfrac{z}{z_L}} \qquad z = \zeta \frac{1}{1 + \dfrac{\zeta}{z_L}}$$

$$\frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial \xi} \frac{1}{1 - \dfrac{\zeta}{z_L\left(1 + \dfrac{\zeta}{z_L}\right)}} = \frac{\partial}{\partial \xi} \frac{(z_L + \zeta)}{z_L} = \frac{(z_L + \zeta)}{z_L} \frac{\partial}{\partial \xi}$$

$$\frac{\partial}{\partial y} = \frac{z_L + \zeta}{z_L} \frac{\partial}{\partial \eta}$$

$$\frac{\partial}{\partial z} = \left(\frac{z_L + \zeta}{z_L}\right)^2 \frac{\partial}{\partial \zeta} + \frac{\xi}{z_L}\left(\frac{z_L + \zeta}{z_L}\right)\frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{\eta}{z_L}\left(\frac{z_L + \zeta}{z_L}\right)\frac{\partial}{\partial \eta}$$

Вторые производные в линзовых координатах

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}=\left(\frac{z_L+\zeta}{z_L}\right)^2\frac{\partial^2}{\partial \xi^2}\qquad \frac{\partial^2}{\partial y^2}=\left(\frac{z_L+\zeta}{z_L}\right)^2\frac{\partial^2}{\partial \eta^2}$$

Оператор дифракции в линзовых переменных имеет вид:

$$\frac{\partial^2 A}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 A}{\partial y^2}=\left(\frac{z_L+\zeta}{z_L}\right)^3\exp\left\{i\frac{\xi^2+\eta^2}{2(z_L+\zeta)}\right\}\times$$

$$\times\left[\frac{\partial^2 A(\xi,\eta,\zeta)}{\partial \xi^2}+\frac{\partial^2 A(\xi,\eta,\zeta)}{\partial \eta^2}+2i\frac{\eta}{z_L+\zeta}\frac{\partial A(\xi,\eta,\zeta)}{\partial \eta}+\right.$$
$$\left.+2i\frac{\xi}{z_L+\zeta}\frac{\partial A(\xi,\eta,\zeta)}{\partial \xi}+2A(\xi,\eta,\zeta)\frac{i}{z_L+\zeta}-A(\xi,\eta,\zeta)\frac{\eta^2+\xi^2}{(z_L+\zeta)^2}\right]$$

Производная по продольной координате

$$2i\frac{\partial A}{\partial z} = 2i\left(\frac{z_L+\zeta}{z_L}\right)^3 \exp\left\{i\frac{\xi^2+\eta^2}{2(z_L+\zeta)}\right\}\times$$

$$\times\left[\frac{\partial A}{\partial \zeta} + A\left(\frac{1}{z_L+\zeta} - i\frac{\eta^2+\xi^2}{2(z_L+\zeta)^2}\right) + \frac{\xi}{z_L+\zeta}\left(\frac{\partial A}{\partial \xi} + iA\frac{\xi}{z_L+\zeta}\right) + \frac{\eta}{z_L+\zeta}\left(\frac{\partial A}{\partial \eta} + iA\frac{\eta}{z_L+\zeta}\right)\right]$$

После подстановки в уравнение:

$$2i\frac{\partial A(x,y,z)}{\partial z} = \Delta_\perp A(x,y,z) + R|A|^2 A(x,y,z)$$

$$\boxed{2i\frac{\partial A(\xi,\eta,\zeta)}{\partial \zeta} = \Delta_\perp A(\xi,\eta,\zeta) + R|A|^2 A(\xi,\eta,\zeta)}$$

Уравнение самофокусировки инвариантно относительно линзовых преобразований!

Начальные условия в линзовых координатах

$$A(\xi,\eta,\zeta=0)=A_0(\xi,\eta)\exp\left\{i\frac{\xi^2+\eta^2}{2}\left(\frac{1}{f}-\frac{1}{z_L}\right)\right\}$$

При $z_L = f$ **пучок коллимированный** $A(\xi,\eta,\zeta=0)=A_0(\xi,\eta)$

Его расстояние самофокусировки в линзовых переменных

$$z_{fil}=\frac{0{,}367\,ka_0^2}{\left\{\left[\left(\frac{P_0}{P_{cr}}\right)^{1/2}-0{,}852\right]^2-0{,}0219\right\}^{1/2}}$$

в $z=\zeta\dfrac{1}{1+\dfrac{\zeta}{z_L}}$ **подставляем:** $\zeta = z_{fil}$

и $z_L = f$

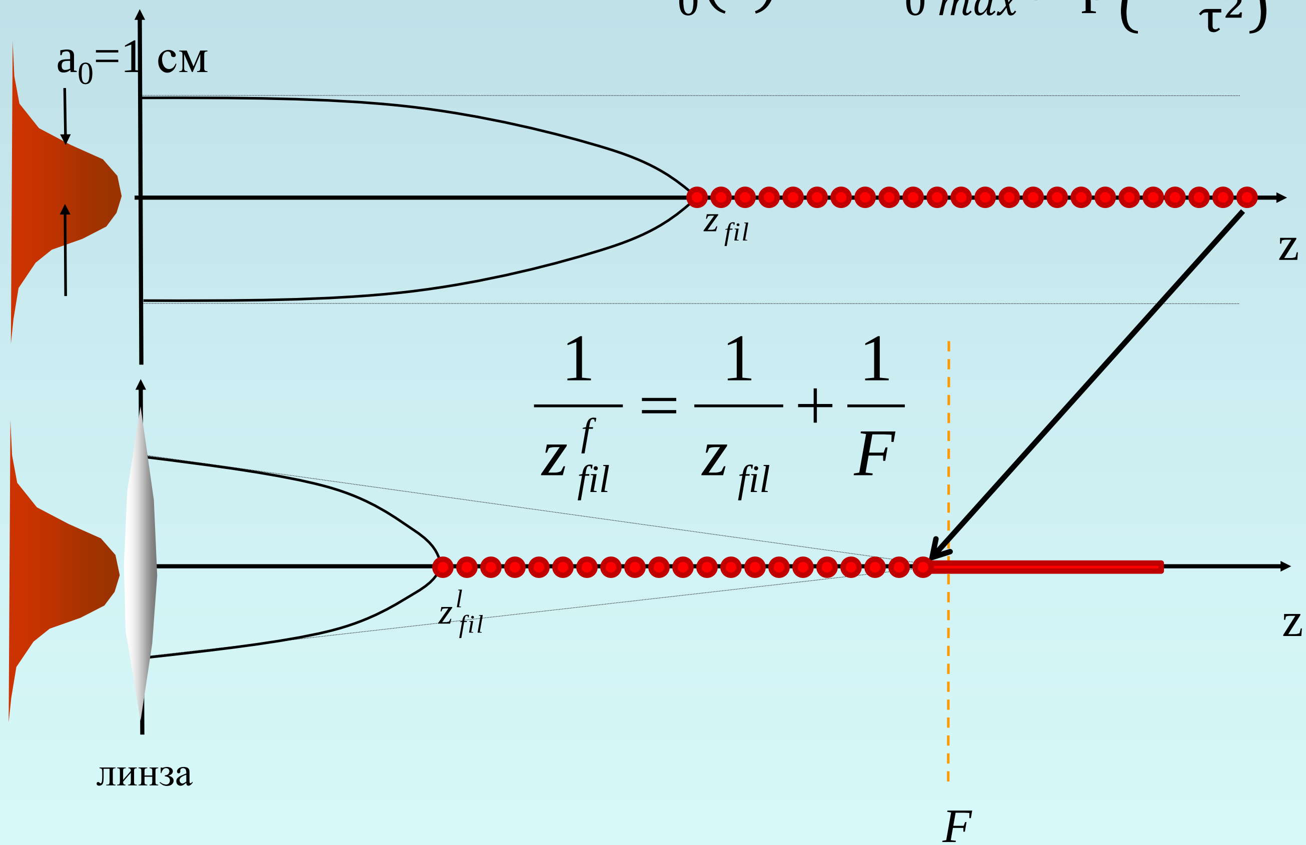
Расстояние самофокусировки для сфокусированного пучка $z_{fil}^f = z_{fil}\dfrac{1}{1+z_{fil}/f}$

$$\frac{1}{z_{fil}^f}=\frac{1}{f}+\frac{1}{z_{fil}}$$

Аналог двух тонких линз!

Фокусировка импульсов

$$P_0(t) = P_{0\,max} \exp\left\{-\frac{t^2}{\tau^2}\right\}$$



Дисперсия кубичной нелинейности

$$P_{cr} = 3{,}77\,\frac{\pi n_0}{2k^2 n_2} = 3{,}77\,\frac{\lambda^2 n_0}{8\pi n_2}$$

$$n_2 = \frac{3\pi}{c n_0^2 \varepsilon_0}\chi^3$$

$$\chi^3(\omega) = \chi^3(0)(1 + a_2\omega^2 + a_4\omega^4 + \ldots)$$

$$\chi^3(\lambda) = A + B/\lambda^2 + \ldots \qquad n_2(\lambda) = A' + B'/\lambda^2$$

$$P_{cr} = 3{,}77\,\frac{\lambda^2 n_0}{8\pi n_2(\lambda)}$$

Нестационарный отклик

$$\Delta n_k(t) = \Delta n_{эл}(t) + \Delta n_{вр}(t)$$

$\tau_{эл} \sim 10^{-15}$c $\qquad \Delta n_{эл}(t) = n_{2эл} I(t)$

$$\Delta n_{вр}(t) = Im\left\{ n_{2вр} \sum_{J=0}^{n} F_J \int_0^t I(t-\tau)\exp(-i\omega_J \tau\right\}$$

Частота перехода между вращательными уровнями J+2, J:

$\omega_J = 4\pi cB(2J+3)$

Теория Рамановского рассеяния на вращательных переходах развита Платоненко В.Т. и др. в Laser Physics, v. 3, 618 (1993)

Нестационарная керровская нелинейность в воздухе

$$\Delta n_k\left(I(t)\right)=n_2\left((1-g)I(t)+g\int\limits_{-\infty}^{t}H(t-t')I(t')dt'\right)$$

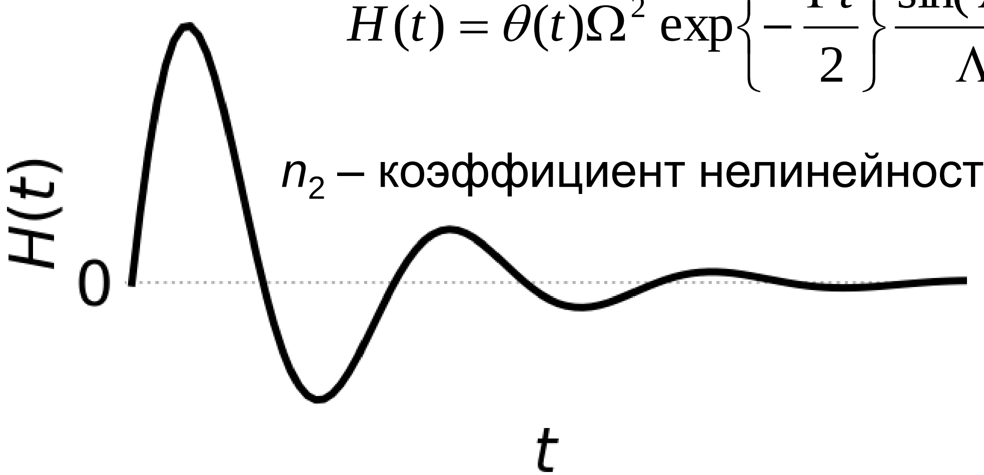
H(t) – функция отклика с характерным временем около 70 фс, ***g***=0,5

- *Oleinikov P.A., Platonenko V.T., Laser Phys., 3, 618 (1993).*
- *E.T.J. Nibbering, G. Grillon, M.A. Franco, B.S. Prade, and A. Mysyrowicz, JOSA B, v.14, 650 (1997).*
- *Mlejnek M., Wright E.M., Moloney J.V. Opt. Lett., 23, 382 (1998).*

$$H(t)=\theta(t)\Omega^2\exp\left\{-\frac{\Gamma t}{2}\right\}\frac{\sin(\Lambda t)}{\Lambda},\ \Lambda=\sqrt{\Omega^2-\Gamma^2/4}$$

$\Omega = 20{,}6$ ТГц

$\Gamma = 26$ ТГц



n_2 – коэффициент нелинейности для «длинного» импульса (λ=800 нм)

$n_2 = (1{,}5 \div 5{,}6)\cdot 10^{-19}$ см^2/Вт

$$P_{cr}=3{,}77\frac{\lambda^2 n_0}{8\pi n_2}=1{,}7\text{ -6 ГВт}$$