3.3. Насыщение интенсивности в филаменте. Баланс керровской фокусировки и дефокусировки в плазме.

Оптическая сила нелинейных линз.

Оптическая сила нелинейных линз

$$2ik\frac{\partial A}{\partial z} = \Delta_{\perp} A + \frac{2k^2 \Delta n_{nl}}{n_0} A$$

$$\Delta n_{nl} = \Delta n_{Kr} + \Delta n_p$$

Нелинейный набег фазы:

$$2ik\frac{\partial A}{\partial z} = \frac{2k^2 \Delta n_{nl}}{n_0} A$$

$$A = A_0 e^{i\varphi_{nl}}$$

$$2ikA_0 e^{i\varphi_{nl}} i\frac{\partial \varphi_{nl}}{\partial z} = \frac{2k^2 \Delta n_{nl}}{n_0} A_0 e^{i\varphi_{nl}}$$

$$-\frac{\partial \varphi_{nl}}{\partial z} = \frac{k\Delta n_{nl}}{n_0}$$

k_0

$$\varphi_{nl}(r,z,t) = -k_0 \int_0^z \Delta n_{nl}(r,z',t)\, dz'$$

Оптическая сила нелинейных линз

$$\varphi_{nl}(r,z,t) = -k_0 \int_0^z \Delta n_{nl}(r,z',t)\,dz'$$

Приращения показателя преломления, наведенные излучением

$$\Delta n_{nl}(r,z,t') = \Delta n_{nl}(r=0,z,t') + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 \Delta n_{nl}(r,z,t')}{\partial r^2}\bigg|_{r=0} r^2$$

Керровская / плазменная

Набег фазы на оси:

$$\varphi_{nl}(r,z,t) = \varphi_{nl}(r=0,z,t) + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 \varphi_{nl}(r,z,t)}{\partial r^2}\bigg|_{r=0} r^2$$

По аналогии с геометрической фокусировкой

$$A_0 \exp\left\{-\frac{r^2}{2a_0^2}\right\}\exp\left(ik_0\frac{r^2}{2F}\right)$$

$$\varphi = k_0\frac{r^2}{2F} = k_0 D\frac{r^2}{2}$$

$$\varphi_{nl}(r,z,t) = \varphi_{nl}(r=0,z,t) + k_0 D_{nl}(z,t)\frac{r^2}{2}$$

$$D_{nl}(z,t) = \frac{1}{k_0}\frac{\partial^2 \varphi_{nl}(z,t)}{\partial r^2}$$

Оптическая сила нелинейных линз в параболическом приближении

$$D_{nl}(z,t) = \frac{1}{k_0}\frac{\partial^2 \varphi_{nl}(z,t)}{\partial r^2}$$

$$\varphi_{nl}(r,z,t) = -k_0 \int_0^z \Delta n_{nl}(r,z',t)\,dz'$$

$$D_{nl}(z,t) = -\int_0^z \left.\frac{\partial^2 \Delta n_{nl}(r,z',t)}{\partial r^2}\right|_{r=0} dz'$$

Оптическая сила Керровской линзы на оси филамента:

$$\Delta n_{Kr} = n_2 I \approx n_2 I_{fil} \exp\left\{-\frac{r^2}{r_{fil}^2}\right\} \approx n_2 I_{fil}\left(1-\frac{r^2}{r_{fil}^2}\right)$$

$$D_{Kr} = \frac{2 n_2 I_{fil}\, z}{r_{fil}^2} > 0$$

Оптическая сила плазменной линзы на оси филамента:

$$D_{nl}(z,t) = -\int_0^z \left.\frac{\partial^2 \Delta n_{nl}(r,z',t)}{\partial r^2}\right|_{r=0} dz'$$

$$\Delta n_p = -\frac{\omega_p^2}{2n_0\omega_0^2} = -\frac{e^2 N_e}{2n_0\omega_0^2 m_e \varepsilon_0} \approx -\frac{e^2 N_{e0}\left(1-\frac{r^2}{r_{pl}^2}\right)}{2n_0\omega_0^2 m_e \varepsilon_0}$$

$$N_e \approx N_{e0}\exp\left\{-\frac{r^2}{r_{pl}^2}\right\} \approx N_{e0}\left(1-\frac{r^2}{r_{pl}^2}\right)$$

$$D_{pl} \approx -\frac{e^2 N_{e0} z}{n_0\omega_0^2 m_e \varepsilon_0 r_{pl}^2} < 0$$

Баланс керровской самофокусировки и плазменной дефокусировки

$$D_{Kr} = \frac{2 n_2 I_{fil} z}{r_{fil}^2} > 0$$

$$D_{pl} \approx -\frac{e^2 N_{e0} z}{n_0 \omega_0^2 m_e \varepsilon_0 r_{pl}^2} < 0$$

$$D_{nl} = D_{Kr} + D_{pl} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{2 n_2 I_{fil} z}{r_{fil}^2} = \frac{e^2 N_{e0} z}{n_0 \omega_0^2 m_e \varepsilon_0 r_{pl}^2}$$

Условие насыщения интенсивности (intensity clamping) :

$$\frac{n_2 I_{fil}}{r_{fil}^2} = \frac{e^2 N_{e0}}{2 n_0 \omega_0^2 m_e \varepsilon_0 r_{pl}^2}$$

Оценки для плавленого кварца

$$\frac{n_2 I_{fil}}{r_{fil}^2} = \frac{e^2 N_{e0}}{2\, n_0 \omega_0^2 m_e \varepsilon_0 r_{pl}^2}$$

λ = 800 нм, n_0 = 1,45 (https://refractiveindex.info)

n_2= 3,54 10^{-16} см^2 /Вт

N_{e0} = 4,45 10^{19} см$^{-3}$ (численная оценка)

r_{fil}/r_{pl} = 1,8

I_{fil} = 3,7 10^{13} Вт/см^2

I_{fil} = 4,6 10^{13} Вт/см^2 (числ. решение)

Равенство нелинейных добавок к показателю преломления

$$\frac{n_2 I_{fil}}{r_{fil}^2} = \frac{e^2 N_{e0}}{2\, n_0 \omega_0^2 m_e \varepsilon_0 r_{pl}^2}$$

Если $\Delta n_{nl} = 0, \quad |\Delta n_{Kr}| = |\Delta n_p|$

$$N_{e0} \sim \int R(I)dt$$

$$R(I) = \sigma_K I^K$$

$$I \approx I_{fil} \exp\left\{-\frac{r^2}{r_{fil}^2}\right\} \qquad N_{e0} \sim \exp\left\{-\frac{K r^2}{r_{fil}^2}\right\} = \exp\left\{-\frac{r^2}{r_{pl}^2}\right\} \qquad r_{pl}^2 = r_{fil}^2 / K$$

$K_{O2} = 8$

Равенство нелинейных добавок к показателю преломления

Kasparian et al. APB, p.877 (2000)

$$|\Delta n_{Kr}| = |\Delta n_p| \qquad n_2 I = \frac{e^2 N_e}{2 n_0 \omega_0^2 m_e \varepsilon_0}$$

Эксперимент

$$R_{эN_2} = 2{,}5 \cdot 10^4 c^{-1}$$

$$R_{эO_2} = 2{,}8 \cdot 10^6 c^{-1}$$

$$\frac{dN_e}{dt} = R_э \left(I / I_T \right)^\alpha N_0$$

$$N_e = R_э \left(I / I_T \right)^\alpha N_0 \tau_{имп}$$

$\alpha < K$, *т.к. механизм промежуточный*

$\alpha_{N_2} = 7{,}5 \quad (K = 11)$

$\alpha_{O_2} = 6{,}5 \quad (K = 8)$

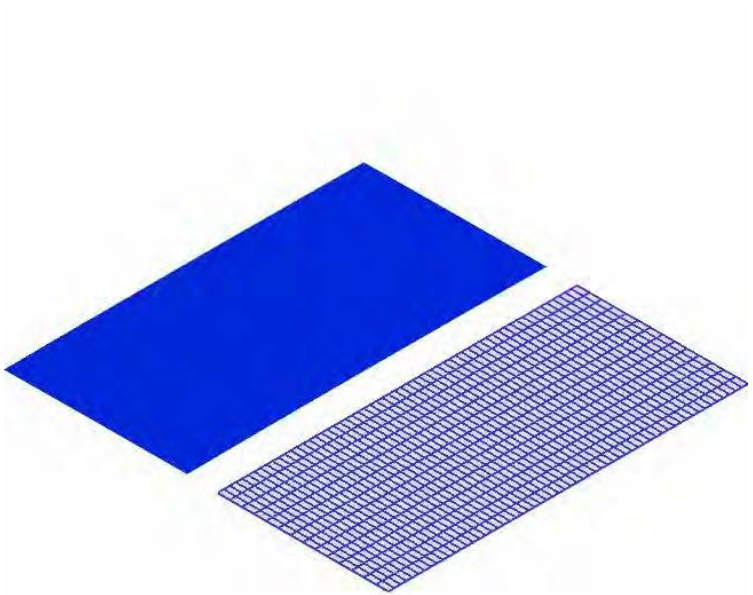
$I_T = 10^3$ Вт/см^2

$$n_2 I_{fil} = \frac{e^2 R_э \left(I_{fil} / I_T \right)^\alpha N_0 \tau_{имп}}{2 n_0 \omega_0^2 m_e \varepsilon_0}$$

$I_{fil} = 4{,}5\ 10^{13}$ Вт/см^2

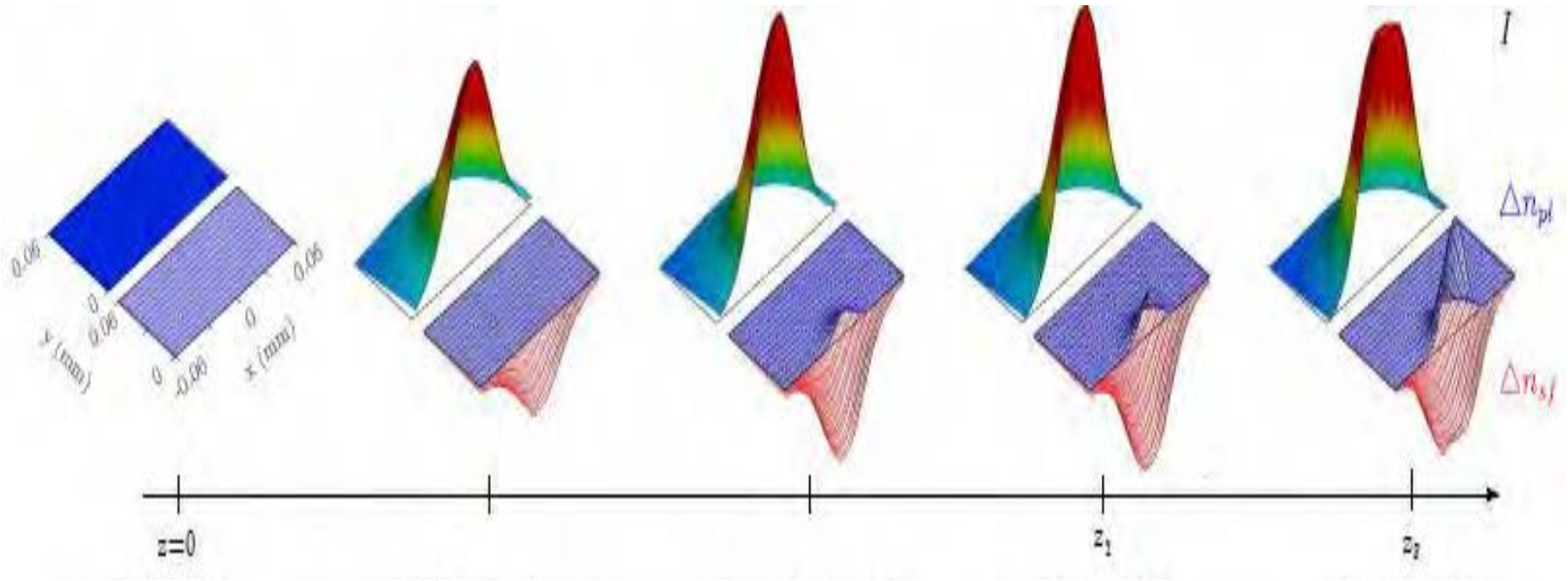
Динамический баланс
керровской самофокусировки и плазменной дефокусировки

Изменение в поперечном сечении пучка распределений интенсивности *I(r)*, приращений показателя преломления в среде, вызванных керровской $\Delta n_{kr} > 0$ и плазменной $\Delta n_{pl} < 0$ нелинейностями



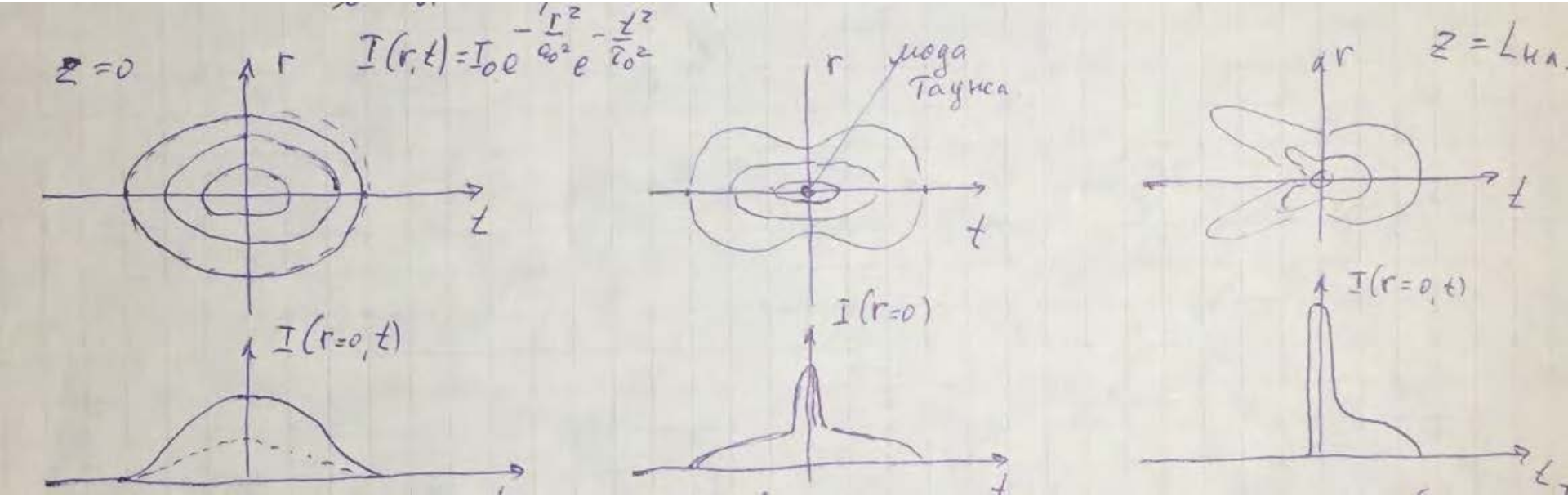
Динамический баланс керровской самофокусировки и плазменной дефокусировки

Изменение в поперечном сечении пучка распределений интенсивности *I(r)*, приращений показателя преломления в среде, вызванных керровской $\Delta n_{kr} > 0$ и плазменной $\Delta n_{pl} < 0$ нелинейностями



Исходный импульс | Стадия самофокусировки | Появление плазмы | $|D_{kr}| = |D_{pl}|$ | $|\Delta n_{kr}| = |\Delta n_{kr}|$

Пространственно-временные распределения интенсивности в импульсе



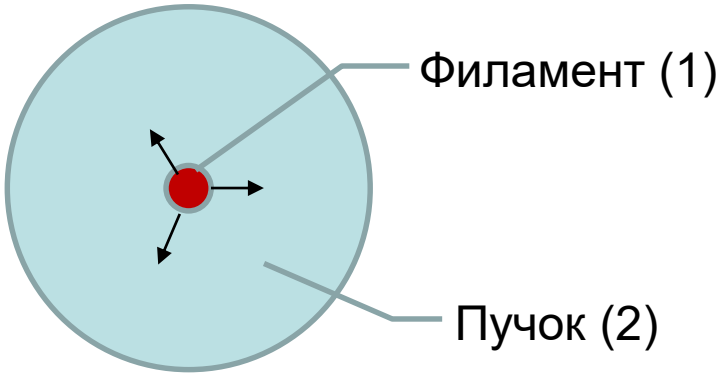
Начальное распределение

Независимая само-фокусировка временных слоёв

Ограничение интенсивности. Распад на кольца последующих слоёв

3.4. Аберрационная дефокусировка и кольцевые структуры в филаменте

Качественная картина образования колец в филаменте



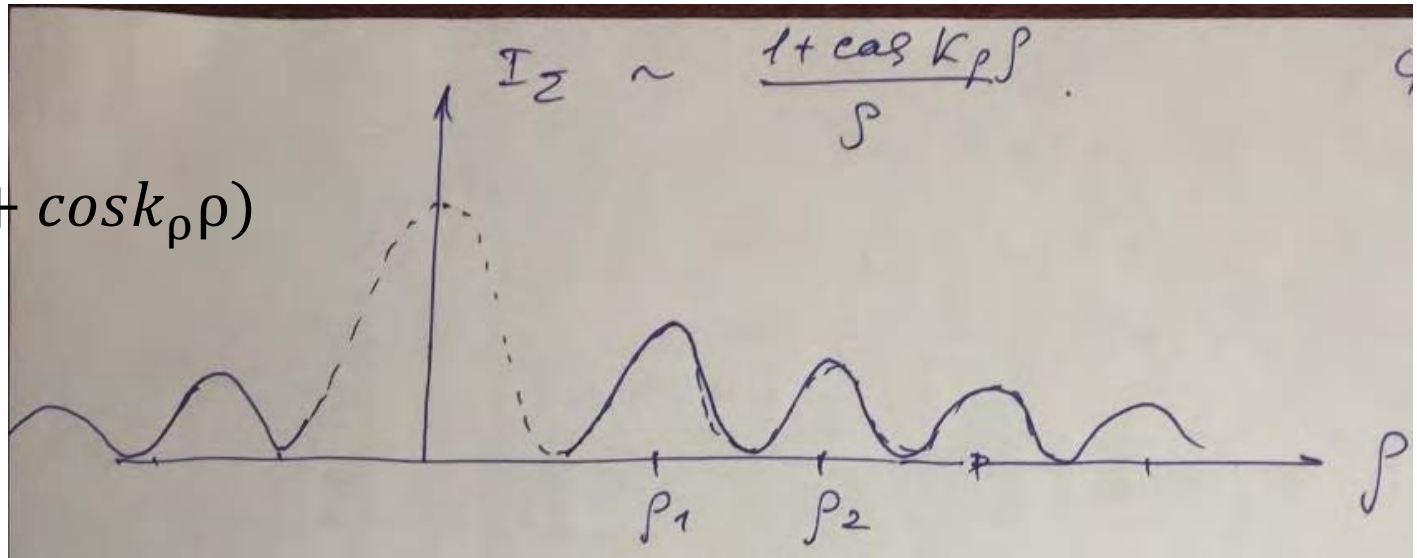
$$A_1 = \frac{A_{10}}{\sqrt{\rho}} e^{-ik_\rho \rho} e^{-ikz}$$

$$A_2 = \frac{A_{20}}{\sqrt{\rho}} e^{-ikz}$$

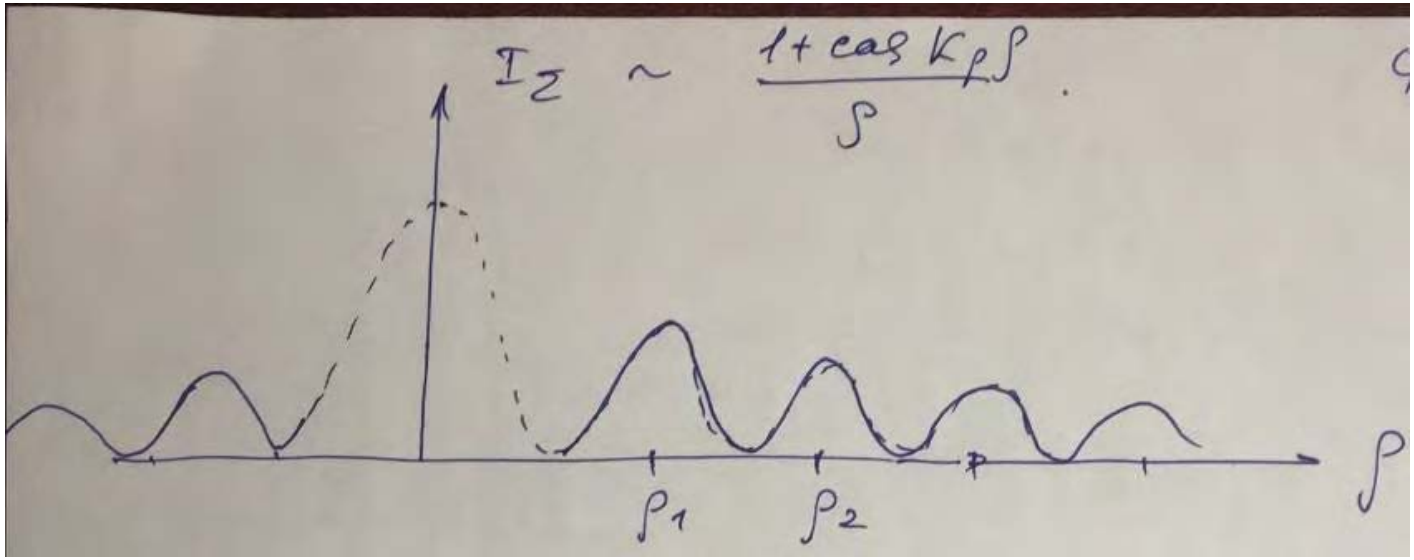
Пусть A_{10}=A_{20}=A_0

$$A_\Sigma = \frac{A_0}{\sqrt{\rho}} e^{-ikz}(1 + e^{-ik_\rho \rho})$$

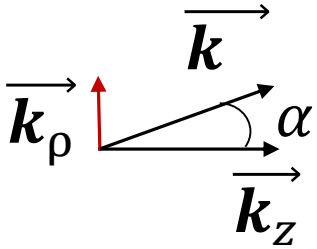
$$I_\Sigma = \frac{2A_0^2}{\rho}(1 + cosk_\rho \rho)$$



Качественная картина образования колец в филаменте



Условие максимума: $k_\rho \rho = 2\pi m$



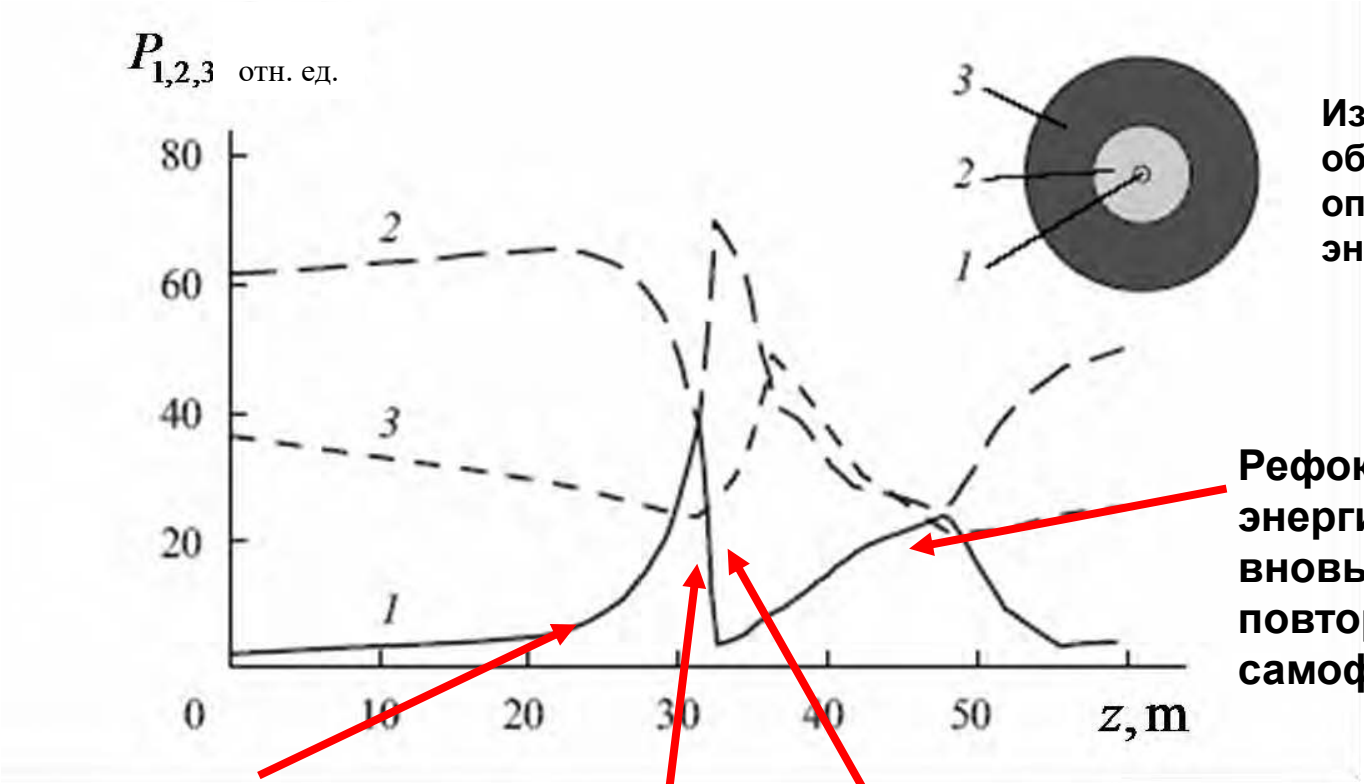
$$\Delta\rho = \rho_{m+1} - \rho_m = \frac{2\pi}{k_\rho} \Rightarrow k_\rho = \frac{2\pi}{\Delta\rho}$$

Угол между интерферирующими волнами $\alpha = \frac{k_\rho}{k_z} = \frac{2\pi}{\Delta\rho k_z} = \frac{\lambda}{\Delta\rho}$

Для P = 14 мДж (воздух) $\Delta\rho = 0{,}5$ см и $\alpha = \frac{0{,}8\ 10^{-4}}{0{,}5} = 1{,}6\ 10^{-4}$ рад

Поток энергии в поперечном сечении импульса

P_1 – Энергия в приосевом круге радиусом 0,5 мм
P_2 – энергия в кольце между радиусами 0,5 мм и 3,5 мм
P_3 – энергия в круге с радиусами 3,5 мм и 8 мм



Изображения областей, в которых определяется энергия

Рефокусировка – энергия стекается вновь к оси из-за повторной самофокусировки

Мощность во временном слое перетекает из периферии к оси пучка вследствие самофокусировки

Фокус

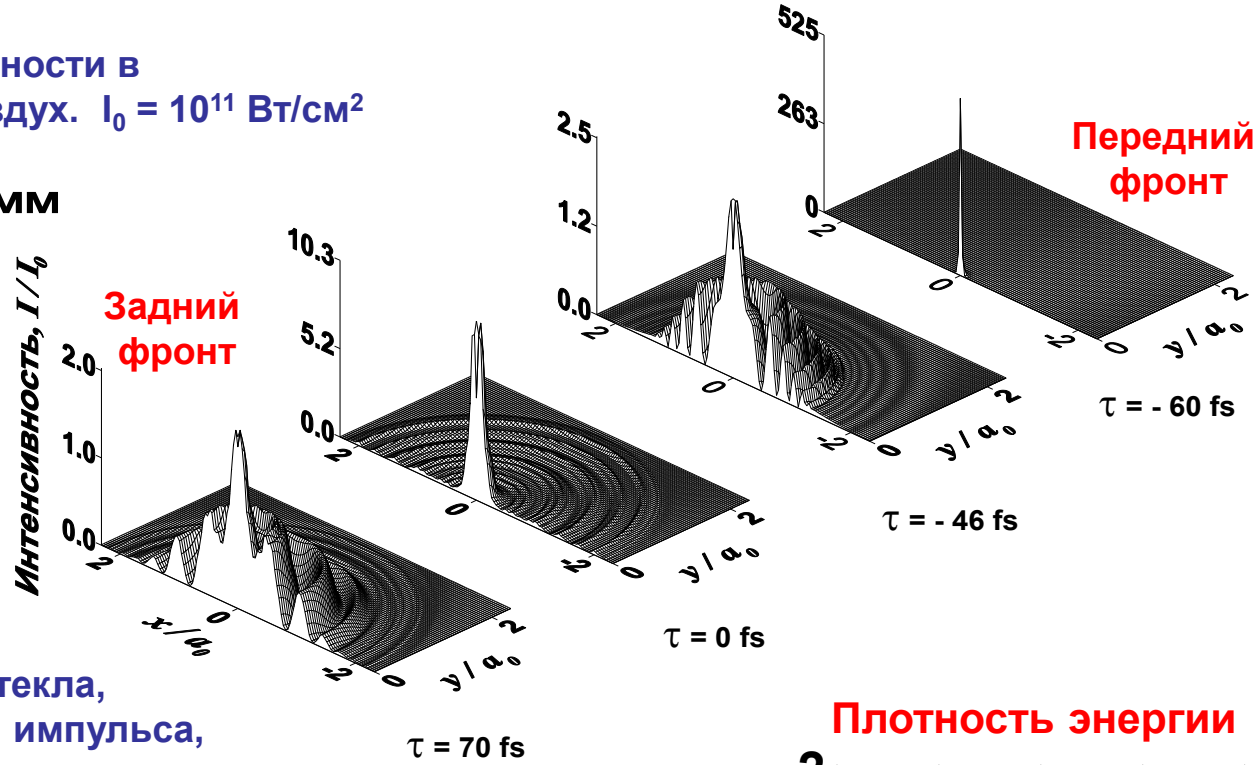
Дефокусировка в плазме

Динамика интенсивности импульса в филаменте

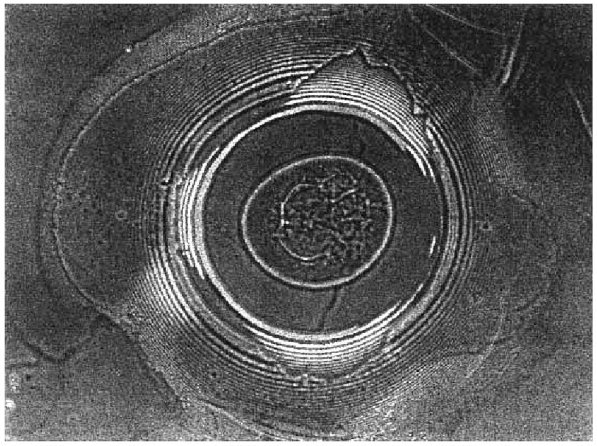
Распределение интенсивности в поперечном сечении. Воздух. $I_0 = 10^{11}$ Вт/см^2

$ka_0^2 \approx 96$ м $\quad a_0 = 3.5$ мм

$z = 0.36 ka_0^2$



Кольца на поверхности стекла, наведенные филаментом импульса, сфокусированного в воздухе



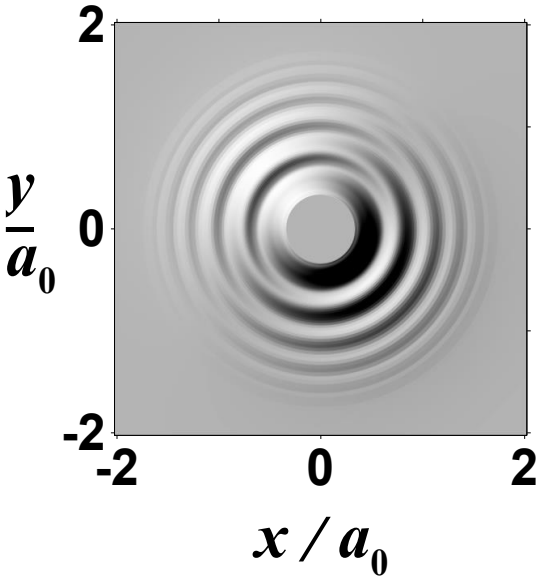
$$I_0 = 6 \cdot 10^{11}\ \mathrm{W/cm^2}$$

$$2\tau_0 = 420\ \mathrm{fs}$$

$$a_0 = 3.5\ \mathrm{mm}$$

$$R_f = 1.5m$$

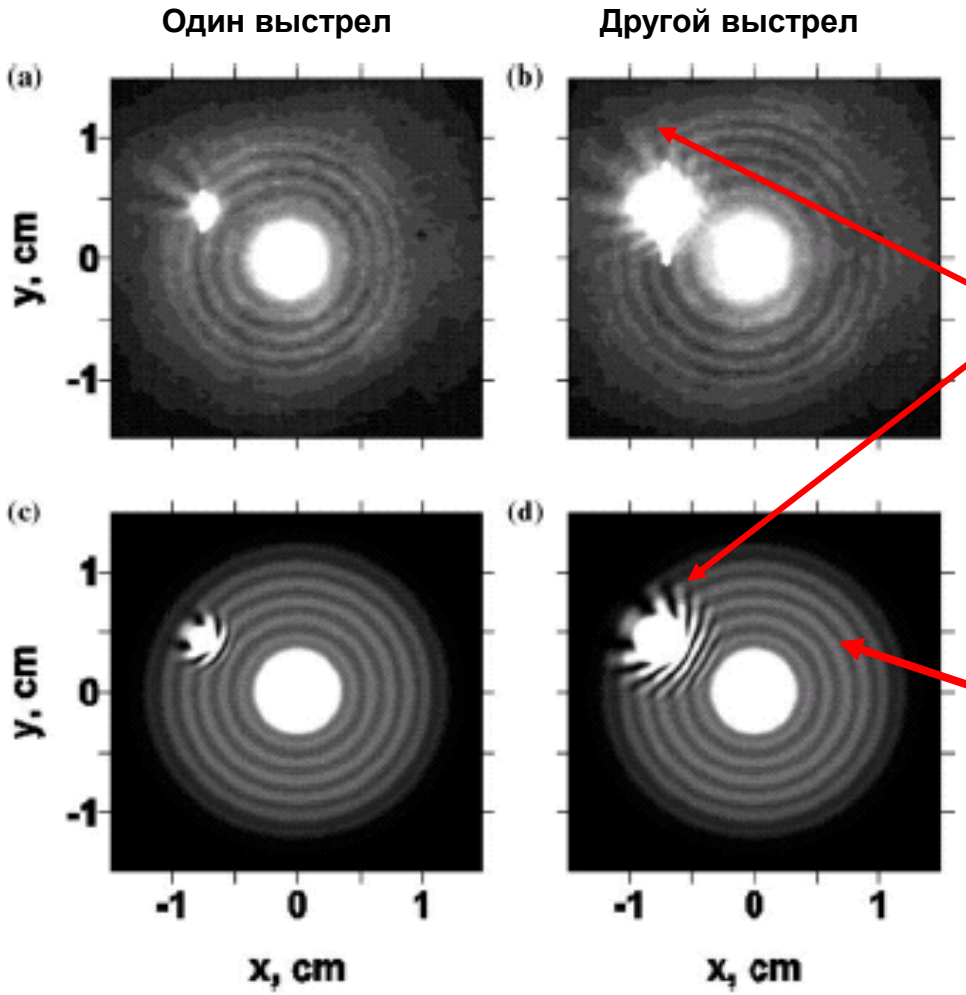
Плотность энергии



Chin S.L. et al. // Opt. Comm.,188, 181 (2001)

Интерференция кольцевых структур от двух филаментов

Энергия импульса 14 мДж, расстояние 87 м в воздухе.



Эксперимент,
University Laval, Canada

Интерференция колец, расходящихся от двух филаментов

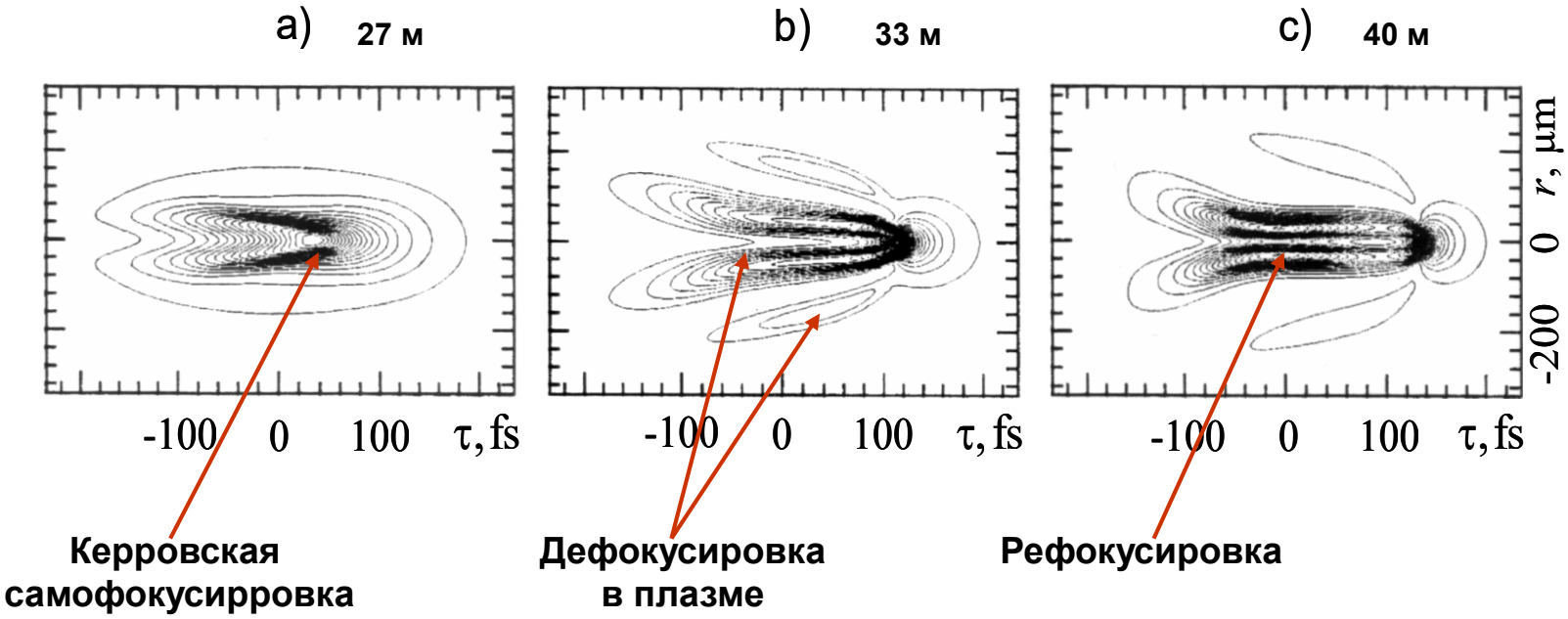
Численное моделирование,
МГУ, Россия

Кольца являются результатом наложения поля на периферии пучка и поля, расходящегося от филамента вследствие дефокусировки в наведенной лазерной плазме.

S.L.Chin et al. Opt. Commun. 210, 329 (2002)

Эволюция пространственно-временного распределения интенсивности при филаментации в воздухе

Импульс длительностью 230 фс, пиковой мощностью 33 ГВт. Радиус пучка 3,5 мм.



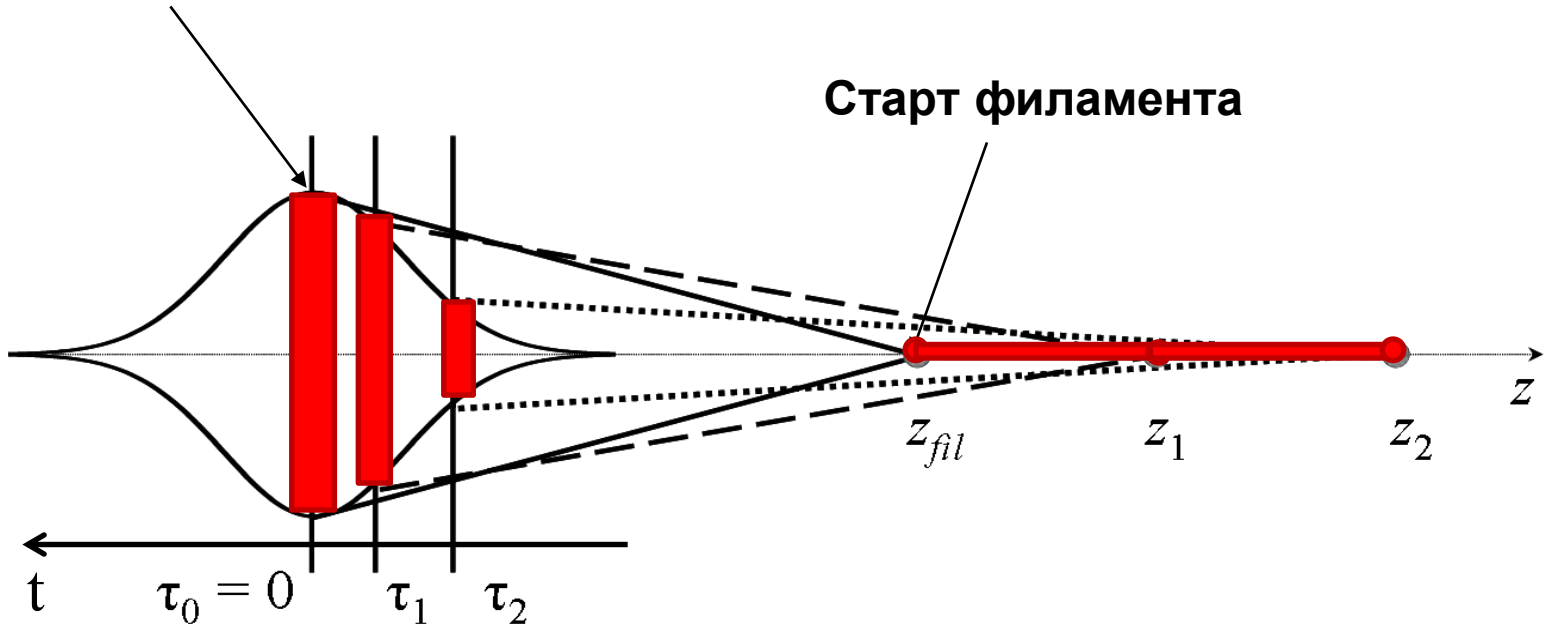
Рост интенсивности в фокусе ограничивает дефокусировка в лазерной плазме.
Вследствие этого возможна рефокусировка импульса.

3.4. Модель движущихся фокусов

Как образуется филамент?
Модель движущихся фокусов

Луговой В.Н., Прохоров А.М., Письма в ЖЭТФ, (1968); УФН, (1973)

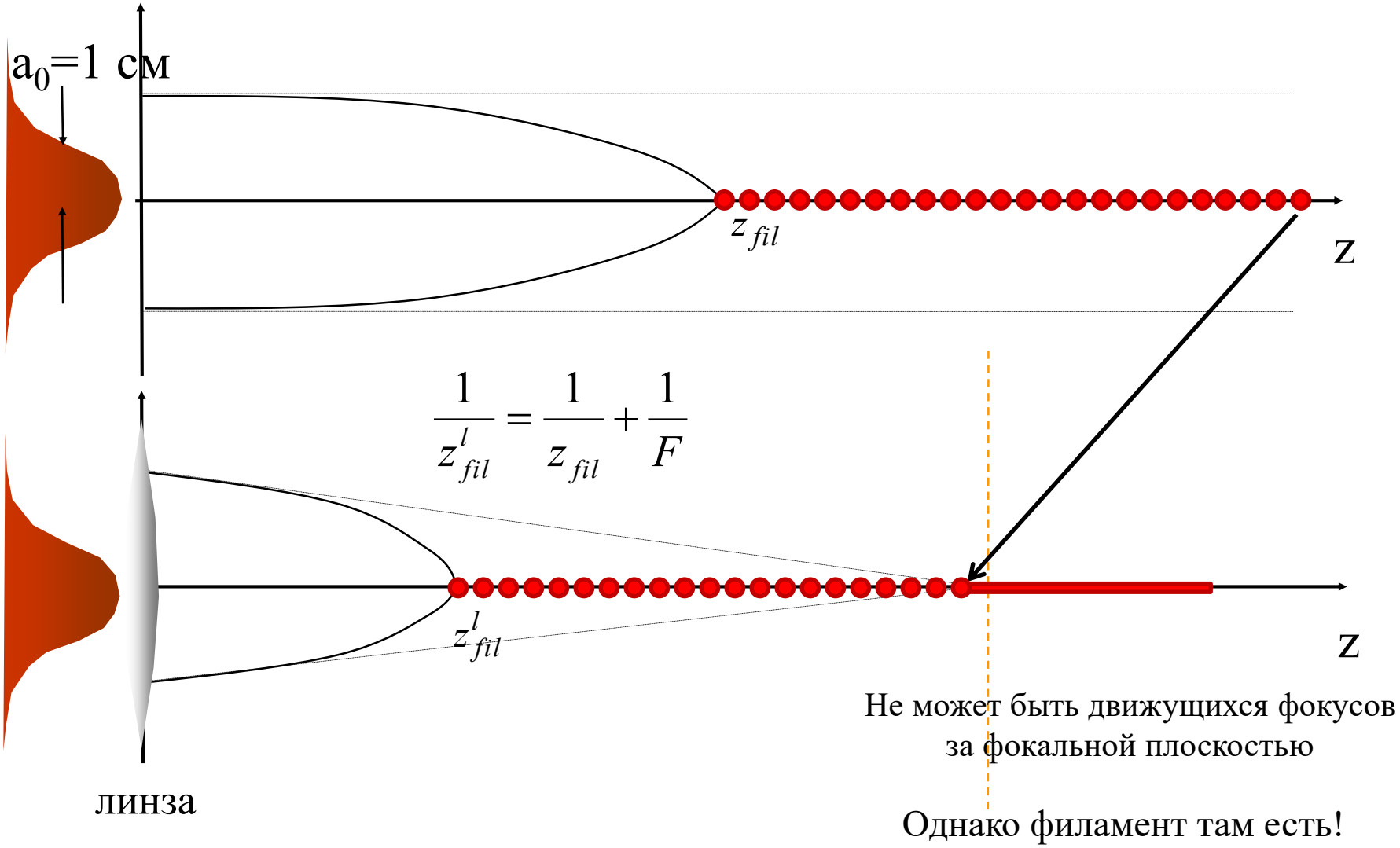
Слой с пиковой мощностью



Филамент – это непрерывная последовательность точек нелинейной фокусировки импульса.

Достаточно ли этой модели?

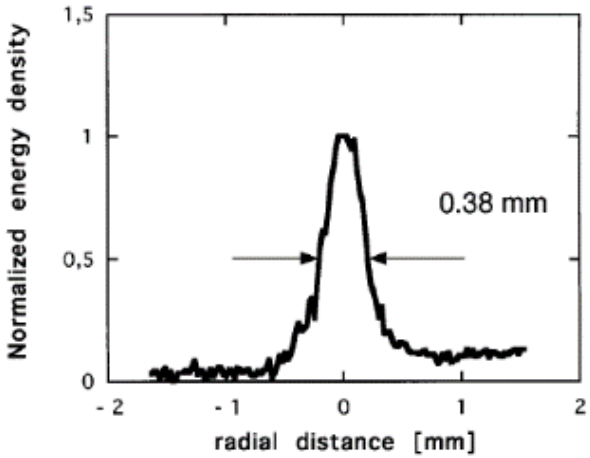
Филамент в фокусированном пучке



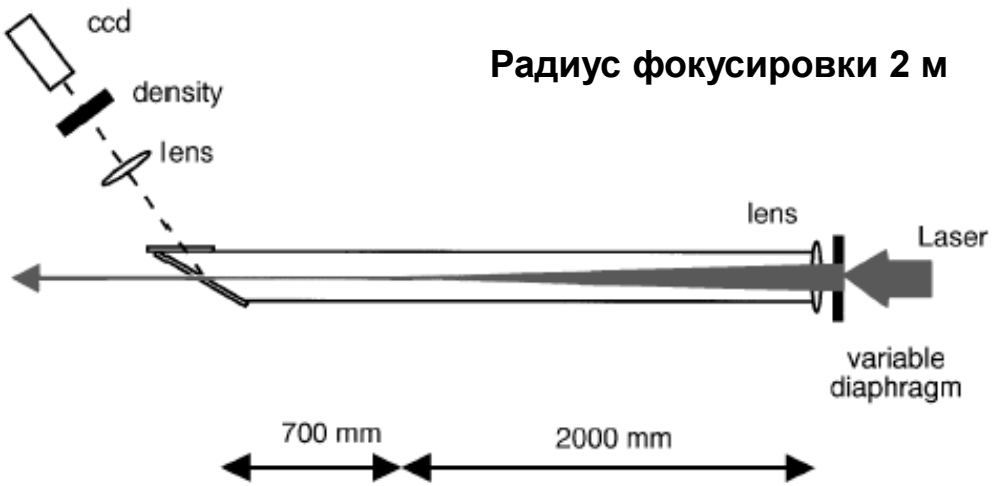
$$\frac{1}{z^l_{fil}} = \frac{1}{z_{fil}} + \frac{1}{F}$$

Дискуссия о модели движущихся фокусов в филаментации

Аномально протяженная область с энергией высокой плотности в воздухе: движущиеся фокусы или волноводное распространение?



Распределение плотности энергии в импульсе после фокуса



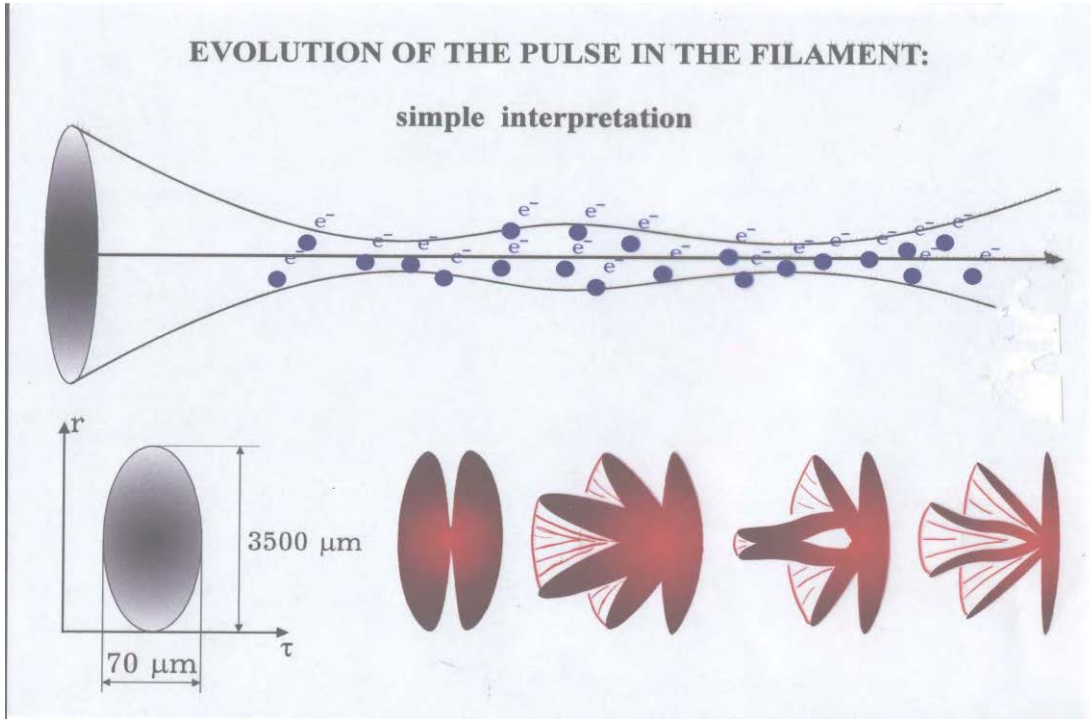
Радиус фокусировки 2 м

H.R. Lange, G. Grillon, et al. // Opt. Lett. ***23,*** *120 (1998)*

Филамент существует за геометрическим фокусом линзы!
Это противоречит модели движущихся фокусов ?

Нет, это – рефокусировка импульса за геометрическим фокусом линзы.

Модель движущихся фокусов и рефокусировка импульса



Многофокусная структура как результат рефокусировки

Brodeur A., et al. // Opt. Lett., ***22****, 304 (1997).*

Kosareva O.G., Kandidov V.P., et al. // J. Nonlinear Opt. Phys. and Mater., ***6****, 485 (1997).*

В отличие от «классической» модели «движущихся» фокусов рост интенсивности ограничивает не поглощение, а рефракция излучения в лазерной плазме. Вследствие этого возможна

рефокусировка импульса.