



Тема 8

Множественная филаментация

План лекции

§8 Множественная филаментация

- 8.1 Модуляционная неустойчивость интенсивного светового поля
- 8.2 Мелкомасштабная самофокусировка и многофиламентация
- 8.3 Взаимодействие когерентных филаментов
- 8.4 Суперфиламент

Множественные филаменты в импульсе ТВт мощности в воздухе

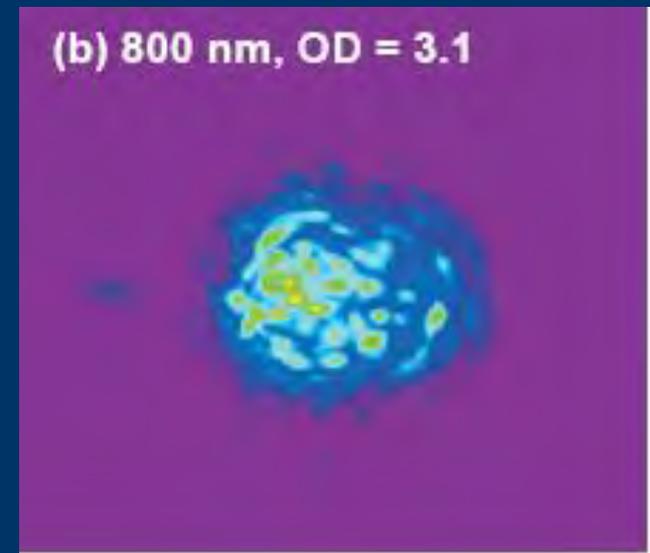
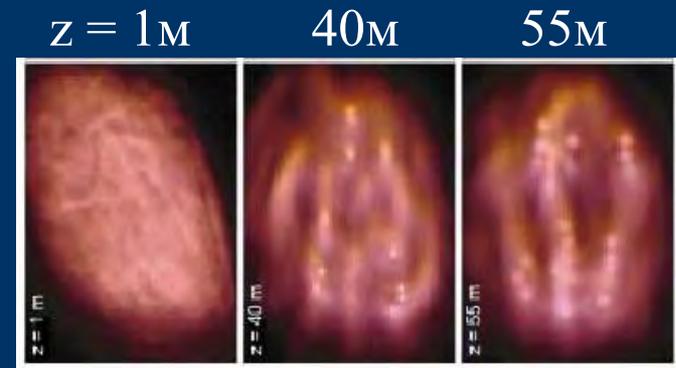
Teramobile: $\lambda = 793$ нм, ширина спектральной полосы **16 нм**, $\tau = 70$ фс, $E = 350$ мДж (стабильность 2.5%), $P_{\max} = 5$ ТВт, частота повторения **10 Гц**, диаметр выходного пучка **50 мм** [H. Wille, et al., *Eur. Phys. J. AP* **20**, 183 (2002)].

«Горячие» точки в поперечном распределении флюенса. $P = 120 P_{\text{cr}}$

Berge L. et al. // PRL, 2004, 92

$P = 240 P_{\text{cr}}$, $z = 30$ м, $\tau = 45$ фс

W.Liu, S. A.Hosseini1, Q.Luo, B. Ferland, S.L.Chin, G.Kosareva, N.A.Panov and V.P.Kandidov. // New J. of Phys., v. 6, 6 (2004).



Модуляционная неустойчивость плоской волны в кубичной среде

$$2ik \frac{\partial A}{\partial z} = \Delta_{\perp} A + \frac{2k^2 n_2 |A|^2}{n_0} A$$

$$\Delta_{\perp} = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$$

Безразмерные переменные:

$$x \rightarrow x/a_0, \quad y \rightarrow y/a_0, \quad z \rightarrow z/ka_0^2, \quad A \rightarrow A/A_m$$

$$2i \frac{\partial A}{\partial z} = \Delta_{\perp} A + R |A|^2 A, \quad R = P_0 / P_{cr}^{no}$$

$$P_{cr}^{no} \equiv \frac{\pi n_0}{2k^2 n_{2I}}$$

Модуляционная неустойчивость плоской волны в кубичной среде

$$2i \frac{\partial A}{\partial z} = \Delta_{\perp} A + R |A|^2 A$$

Плоская волна:

$$A_p = A_{p0} e^{-i\gamma z}, \quad A = \frac{A_p}{A_{p0}} = e^{-i\gamma z}$$

$$A = A_0 e^{-i\gamma z}, \quad A_0 = \text{const} = 1$$

$$2i(-i\gamma)A = RA_0^2 A \quad \Rightarrow \quad \gamma = \frac{RA_0^2}{2}$$

Модуляционная неустойчивость плоской волны в кубичной среде

$$2i \frac{\partial A}{\partial z} = \Delta_{\perp} A + R |A|^2 A$$



Малое возмущение: $A = (A_0 + a)e^{-i\gamma z}$, $|a| \ll A_0$

$$2i \left[\frac{\partial a}{\partial z} e^{-i\gamma z} + (A_0 + a)(-i\gamma)e^{-i\gamma z} \right] =$$

Модуляционная неустойчивость плоской волны в кубичной среде

$$2i \left[\frac{\partial a}{\partial z} + (A_0 + a)(-i\gamma) \right] =$$
$$= \Delta_{\perp} a + R(A_0 + a)(A_0 + a^*)(A_0 + a)$$

$$\gamma = \frac{RA_0^2}{2}$$

$$2i \frac{\partial a}{\partial z} + 2(A_0 + a) \frac{RA_0^2}{2} =$$

Модуляционная неустойчивость плоской волны в кубичной среде

$$2i \frac{\partial a}{\partial z} + 2(A_0 + a) \frac{RA_0^2}{2} =$$

$$= \Delta_{\perp} a + R(A_0^2 + 2A_0 a + a^2)(A_0 + a^*)$$

$$2i \frac{\partial a}{\partial z} + RA_0^3 + RA_0^2 a =$$

$$= \Delta_{\perp} a + RA_0^3 + RA_0^2 a^* + 2RA_0^2 a + o(|a|)$$

$$2i \frac{\partial a}{\partial z} = \Delta_{\perp} a + RA_0^2 a^* + RA_0^2 a$$

Модуляционная неустойчивость плоской волны в кубичной среде

$$2i \frac{\partial a}{\partial z} = \Delta_{\perp} a + RA_0^2 (a + a^*)$$

Пусть:

$$a = a_1 + ia_2$$

$$\text{Re} : -2 \frac{\partial a_2}{\partial z} = \Delta_{\perp} a_1 + 2RA_0^2 a_1$$

$$\text{Im} : 2 \frac{\partial a_1}{\partial z} = \Delta_{\perp} a_2$$

Модуляционная неустойчивость плоской волны в кубичной среде

$$\Delta_{\perp} a_1 + 2 \frac{\partial a_2}{\partial z} + 2RA_0^2 a_1 = 0$$

$$\Delta_{\perp} a_2 - 2 \frac{\partial a_1}{\partial z} = 0$$

Решение
в виде:

$$a_1 = \text{Re}[a_{10} e^{-i\kappa_{\perp} r + \Gamma z}], \quad a_2 = \text{Re}[a_{20} e^{-i\kappa_{\perp} r + \Gamma z}]$$

$$-\kappa_{\perp}^2 a_1 + 2\Gamma a_2 + 2RA_0^2 a_1 = 0$$

$$-\kappa_{\perp}^2 a_2 - 2\Gamma a_1 = 0$$

Инкремент нарастания возмущений Γ

$$-\kappa_{\perp}^2 a_1 + 2\Gamma a_2 + 2RA_0^2 a_1 = 0$$

$$-\kappa_{\perp}^2 a_2 - 2\Gamma a_1 = 0$$

$$\begin{pmatrix} (2RA_0^2 - \kappa_{\perp}^2) & 2\Gamma \\ 2\Gamma & \kappa_{\perp}^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} = 0$$

$$\forall a_1, a_2$$

$$(2RA_0^2 - \kappa_{\perp}^2)\kappa_{\perp}^2 = 4\Gamma^2$$

$$\Gamma^2 = \frac{\kappa_{\perp}^2}{4} (2RA_0^2 - \kappa_{\perp}^2)$$

Инкремент нарастания возмущений Γ

$$\Gamma^2 = \frac{\kappa_{\perp}^2}{4} (2RA_0^2 - \kappa_{\perp}^2)$$

$$\Gamma^2 > 0 \quad \text{при} \quad \kappa_{\perp}^2 < 2RA_0^2$$

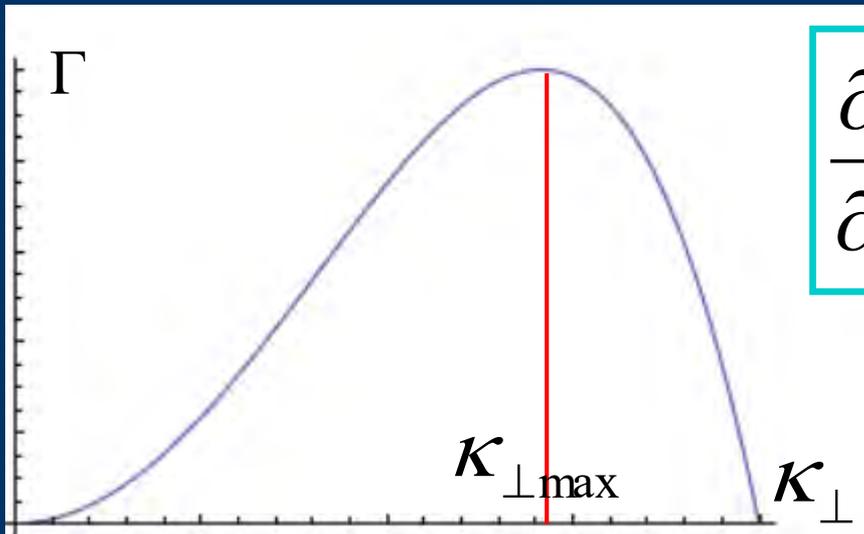
$$\kappa_{\perp} = \sqrt{\kappa_x^2 + \kappa_y^2} < \sqrt{2RA_0}$$

$$\kappa_x \sim \frac{\kappa_{\perp}}{\sqrt{2}} < \sqrt{RA_0} \Rightarrow \frac{1}{\kappa_x} > \frac{1}{\sqrt{RA_0}}$$

Инкремент нарастания возмущений Γ

$$\Gamma^2 = \frac{\kappa_{\perp}^2}{4} (2RA_0^2 - \kappa_{\perp}^2)$$

$$\Gamma^2(\kappa_{\perp}^2)$$



$$\frac{\partial \Gamma^2}{\partial \kappa_{\perp}^2} = \frac{1}{4} (2RA_0^2 - \kappa_{\perp}^2) - \frac{\kappa_{\perp}^2}{4} = 0$$

$$\kappa_{\perp \max}^2 = RA_0^2$$

$$\Gamma_{\max}^2 = \frac{(RA_0^2)^2}{4} \Rightarrow \Gamma_{\max} = \frac{RA_0^2}{2}$$

Характерный пространственный масштаб Λ возмущений с максимальным инкрементом

$$\Gamma_{\max} = \frac{RA_0^2}{2}$$

$$\lambda_{x\max} = \frac{2\pi\sqrt{2}}{\kappa_{\perp\max}} = \frac{2\pi\sqrt{2}}{\sqrt{RA_0}}$$

$$\Lambda = \frac{\lambda_{x\max}}{2} = \frac{\sqrt{2}\pi}{\sqrt{RA_0}}$$

$$\Lambda_p = \Lambda a_0 = \frac{\sqrt{2}\pi a_0}{\sqrt{RA_0}}$$

$$P = I_0 \pi \left(\frac{\Lambda_p}{2} \right)^2 = \pi I_0 \frac{\pi^2 a_0^2}{2RA_0^2} =$$

$$= \frac{P_0 \pi^2 P_{cr}^{no}}{2P_0 A_0^2} \approx 4,7 P_{cr}^{no} = 1,3 P_{cr}$$

8.2 Мелкомасштабная самофокусировка и многофиламентация

- 1) Неоднородности исходного пучка
- 2) Флуктуации параметров среды на трассе
- 3) 1+2

Развитие множественной филаментации (компьютерное моделирование, фазовые флуктуации)

$$2ik \frac{\partial A}{\partial z} = \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} + \frac{2k^2}{n_0} \left(n_2 |A|^2 + \Delta n_p + \Delta \tilde{n} \right) A$$

$$\Delta n_p = -\frac{n_0 \omega_p^2}{2\omega^2} \quad \omega_p = \sqrt{4\pi e^2 N_e / m_e}$$

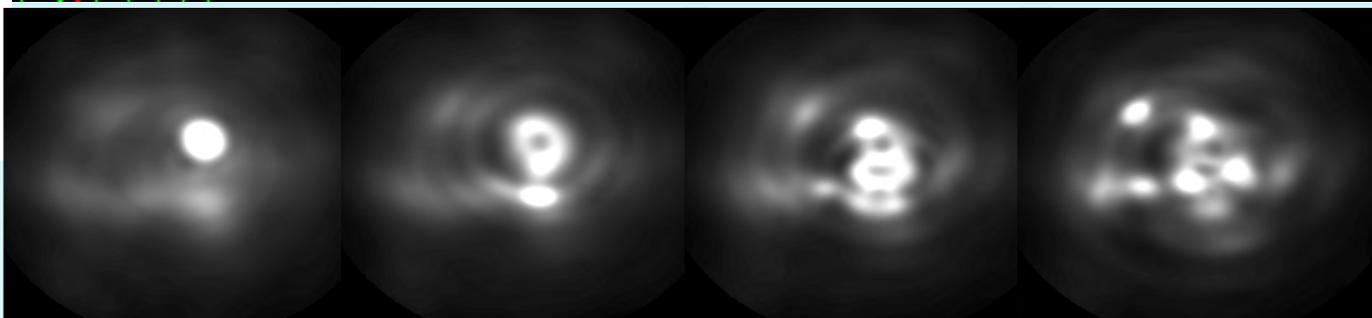
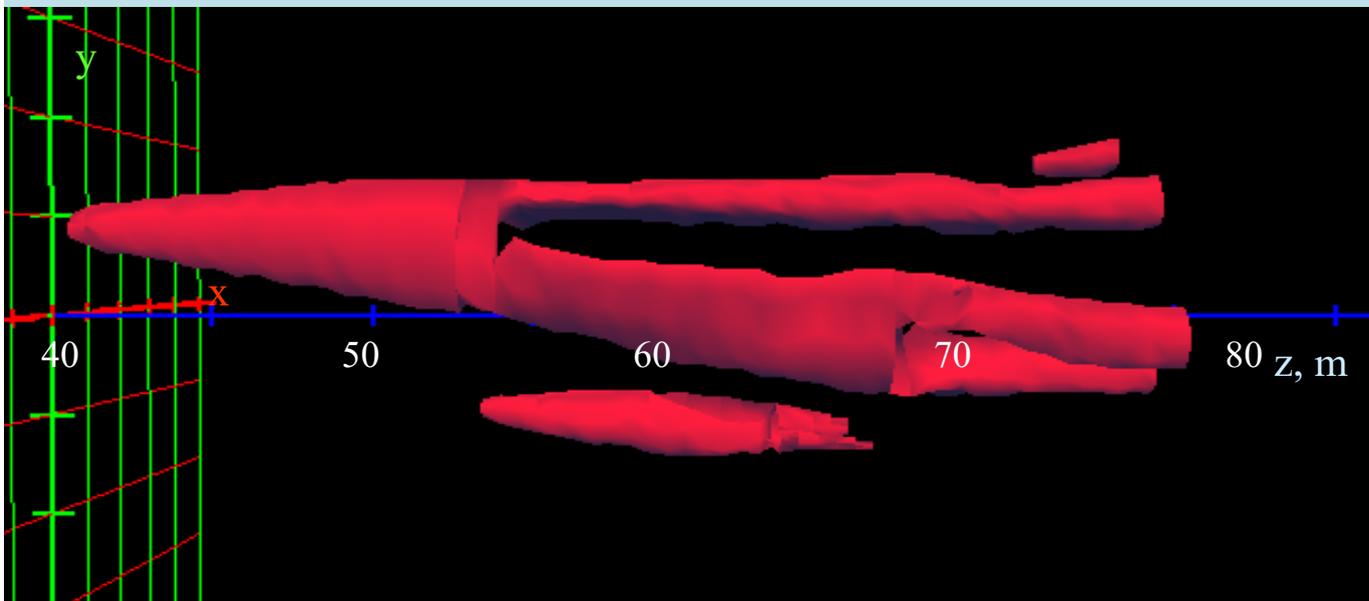
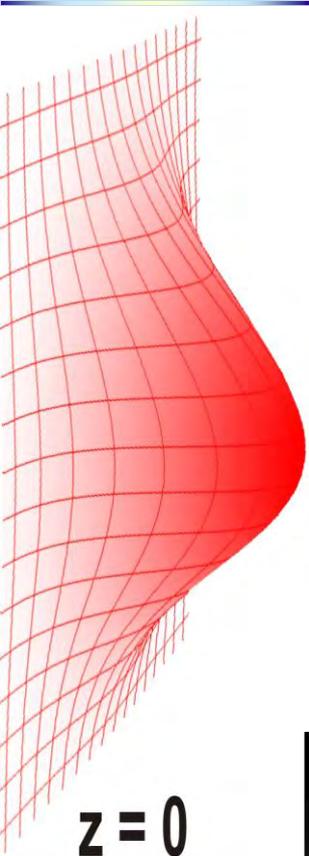
$$\frac{\partial N_e}{\partial t} = R(|A|^2)(N_0 - N_e)$$

$$A(x, y, z = 0, t) = A_0 \exp\left\{-\frac{x^2 + y^2}{2a_0^2}\right\} \exp\left\{-\frac{t^2}{2\tau_0^2}\right\}$$

$$a = 0,92 \text{ см} \quad \tau_0 = 100 \text{ фс}$$

Развитие множественной филаментации ($P = 20P_{cr}$)

Поверхности равного уровня плотности энергии (18 мДж/см²).



Флюенс в сечении пучка

Импульс:
0,8 мкм;
100 фс,
0,92 см (e^{-1}),
 $0,45 \cdot 10^{11}$ Вт/см²

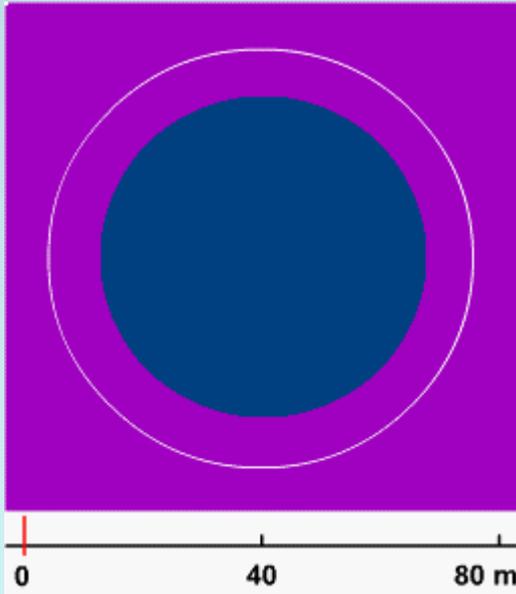
48 м

56 м

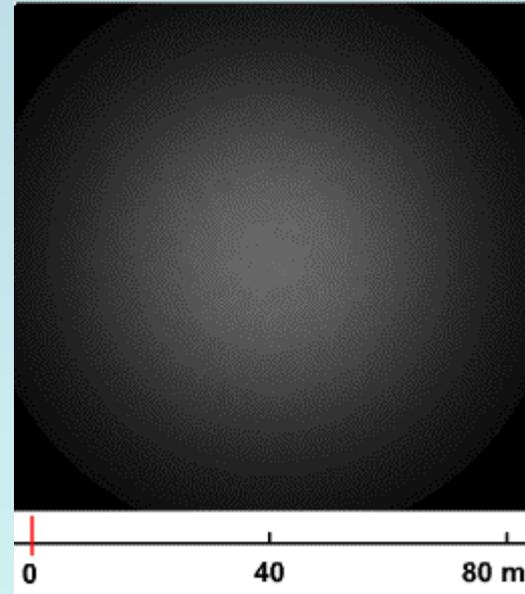
72 м

80 м

Развитие множественной филаментации



Интенсивность в
центре импульса



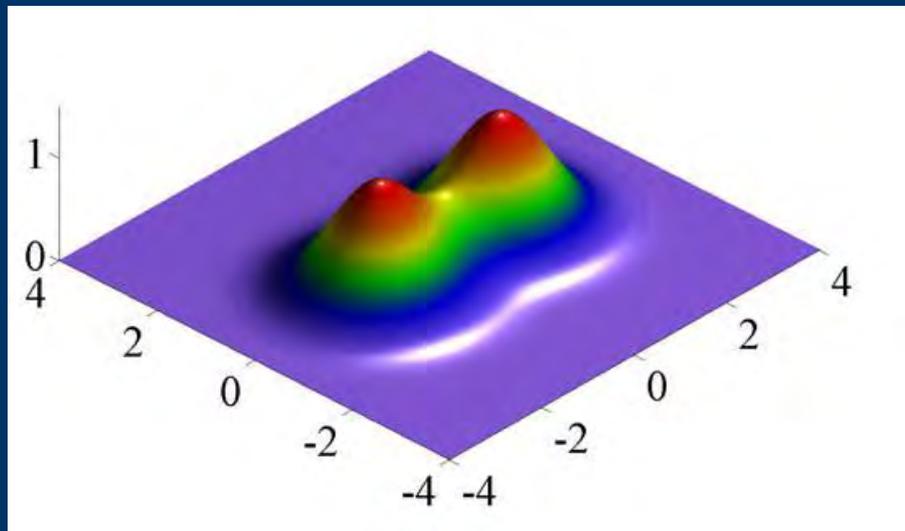
Поверхностная
плотность энергии
(флюенс)

$$F(r, z) = \int_{-3\tau_0}^{+3\tau_0} I(r, z, \tau) d\tau$$

8.3 Взаимодействие когерентных филаментов

Образование филаментов в импульсе с начальными возмущениями интенсивности - суперпозиция двух парциальных когерентных пучков:

$$A(x, y) = A_0 \exp\left[-\frac{(y - d/2)^2 + x^2}{2a_0^2}\right] + A_0 \exp\left[-\frac{(y + d/2)^2 + x^2}{2a_0^2}\right]$$



$$P = 2P_0 \left(1 + \exp\left\{-\frac{d^2}{4a_0^2}\right\} \right)$$

$$P_0 = \pi a_0^2 I_0$$

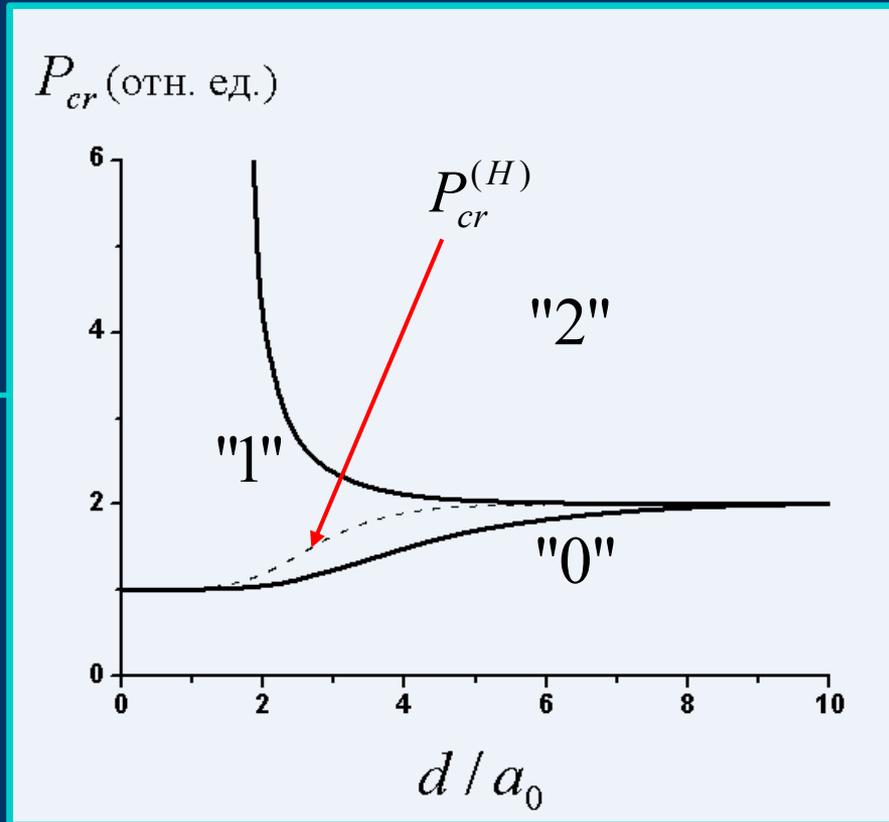
Гамильтониан «двугорбного пучка»

$$H = \iint \left(|\nabla_{\perp} A|^2 - \frac{k_0^2 n_2}{n_0} |A|^4 \right) dx dy$$

$$H = 2\pi R \left(1 - \frac{R}{4} \right) + \left(2\pi R \exp \left\{ -\frac{d^2}{4a_0^2} \right\} \left(1 - \frac{d^2}{4a_0^2} \right) - \frac{3\pi R^2}{2} \exp \left\{ -\frac{d^2}{2a_0^2} \right\} - 2\pi R^2 \exp \left\{ -\frac{3d^2}{8a_0^2} \right\} \right)$$

$$R = P_0 / P_{cr}^{no}, \quad P_{cr}^{no} \equiv \frac{\pi n_0}{2k^2 n_{2I}}$$

Критическая мощность



$$\text{"0"} \quad P < P_{cr}^{(1)}$$

$$\text{"1"} \quad P_{cr}^{(1)} < P < P_{cr}^{(2)}$$

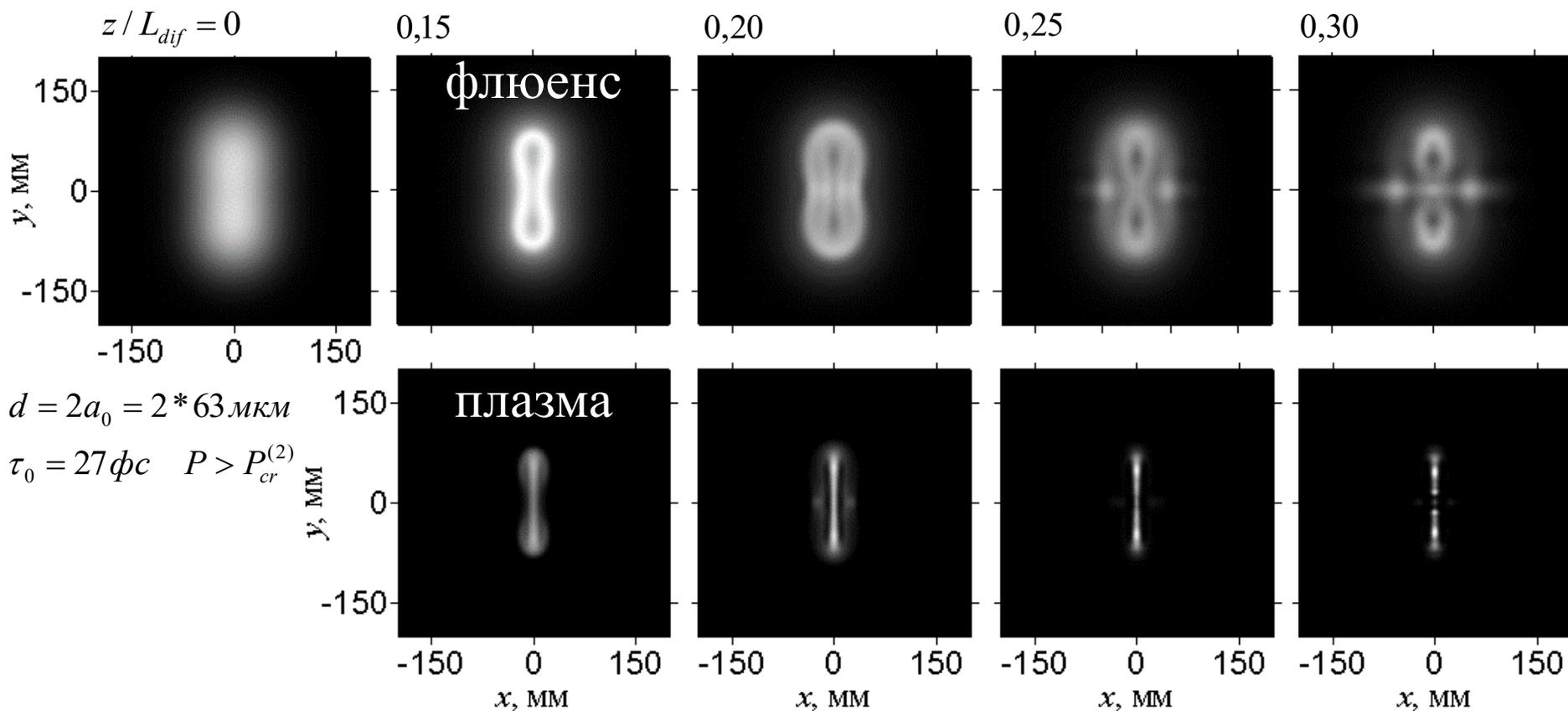
$$\text{"2"} \quad P > P_{cr}^{(2)}$$

В.П. Кандидов, О.Г. Косарева, С.А. Шленов
и др., КЭ, № 1 (2005)

Взаимодействие когерентных филаментов. Импульс

Динамическая задача:
(вода)

$$A(x, y, z = 0, \tau) = \exp\{-\tau^2 / 2\tau_0^2\} A(x, y)$$



Взаимодействие когерентных филаментов. Сдвиг фазы

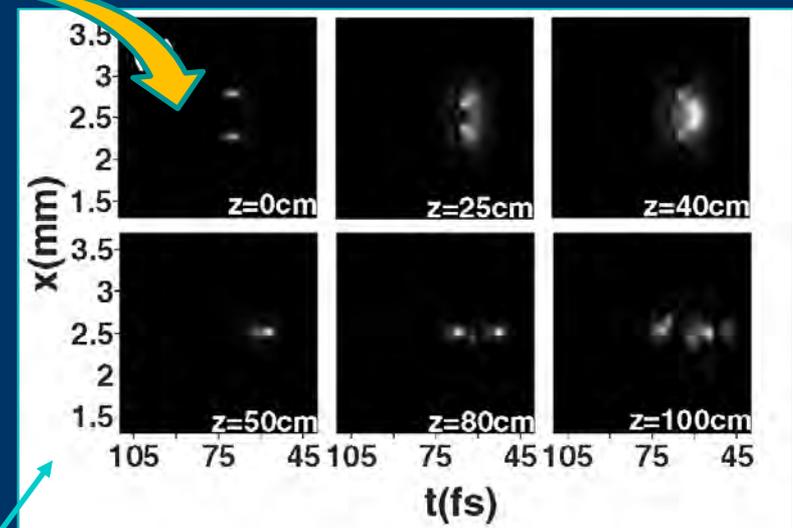
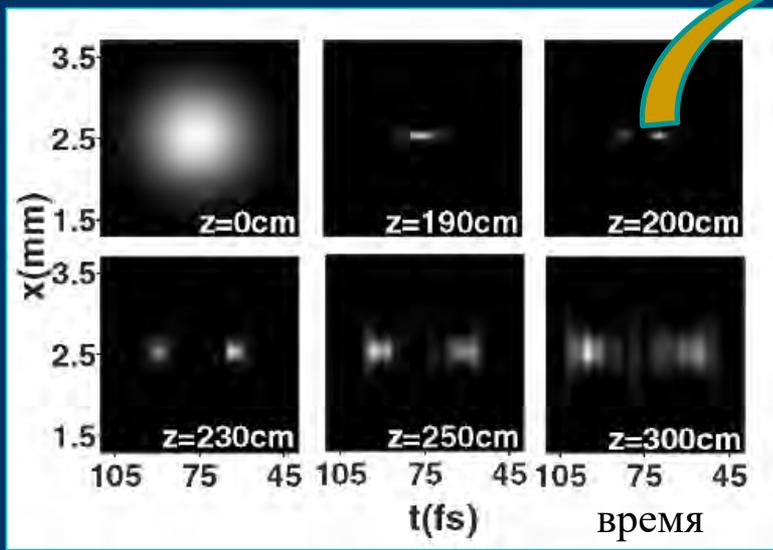
$$E(x, y, z = 0) = A_0 \exp\left[-\frac{(y - d/2)^2 + x^2}{2a_0^2}\right] + A_0 \exp\left[-\frac{(y + d/2)^2 + x^2}{2a_0^2}\right]$$

Воздух. Численная модель:

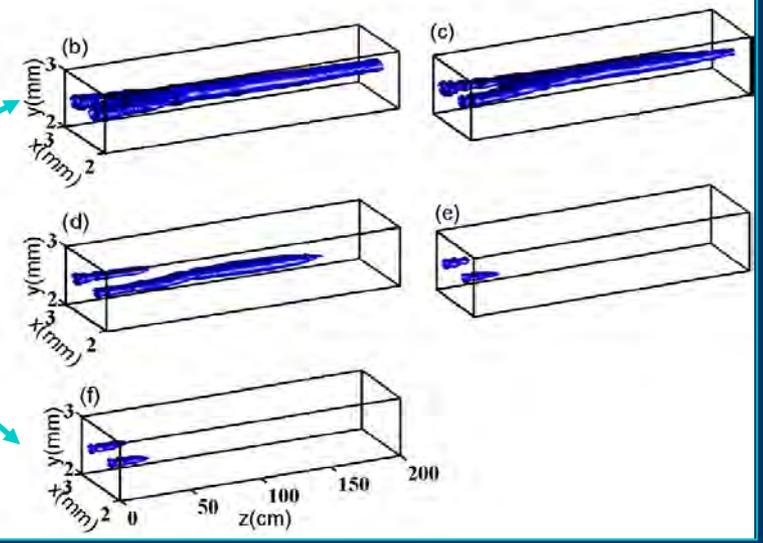
$$2i \frac{\partial E}{\partial z} + \frac{1}{k_0} \Delta_{\perp} E - k'' \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} + k_0 n_2 |E|^2 E - k_0 \frac{\omega_{pe}^2(\rho)}{\omega_0^2} E + i\beta^{(K)} |E|^{2K-2} E = 0,$$
$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{\beta^{(K)}}{K\hbar\omega_0} |E|^{2K} \left(1 - \frac{\rho}{\rho_{at}}\right),$$

Ting-Ting Xi et al // PRL **96**, 025003 (2006)

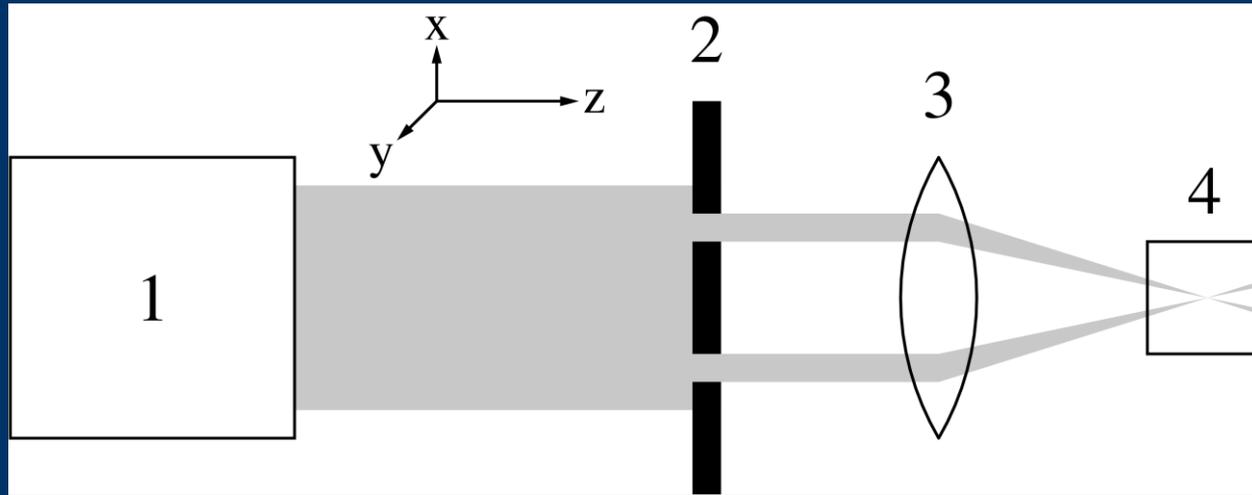
Взаимодействие когерентных филаментов. Влияние интерференции



$$\Delta\varphi = 0 \div \pi$$



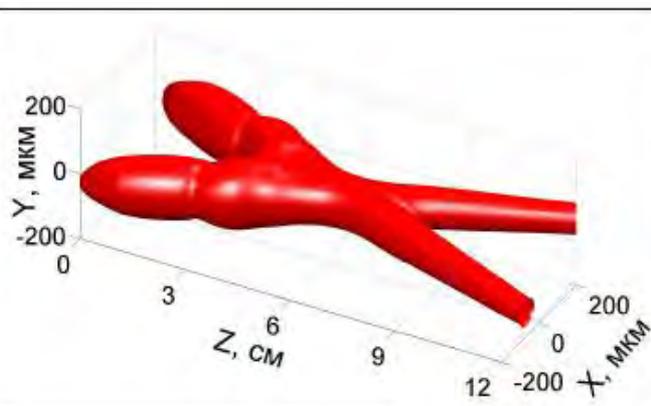
Скращенные филаменты



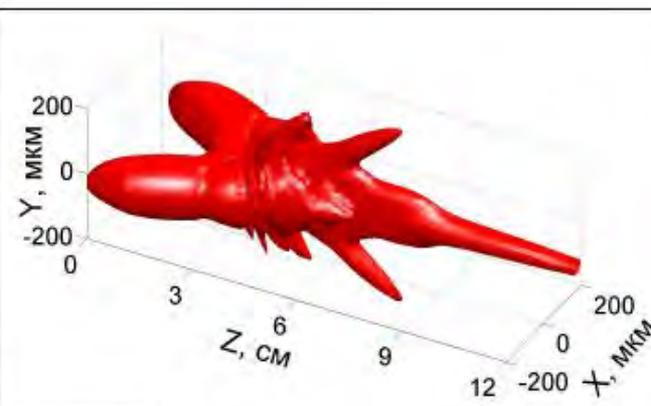
$$2ik_0 \frac{\partial A}{\partial z} = \Delta_{\perp} A + 2k_0 \tilde{D}A + \frac{2k_0^2}{n_0} (\Delta n_K + \Delta n_p) A - ik_0 (\alpha + \delta) A$$

$$\Delta n_K = n_2 I, \quad I = cn_0 |A|^2 / 8\pi, \quad \Delta n_p = -\frac{\omega_p^2}{2n_0 \omega^2}, \quad \omega_p^2 = \frac{4\pi e^2 n_e}{m_e}$$

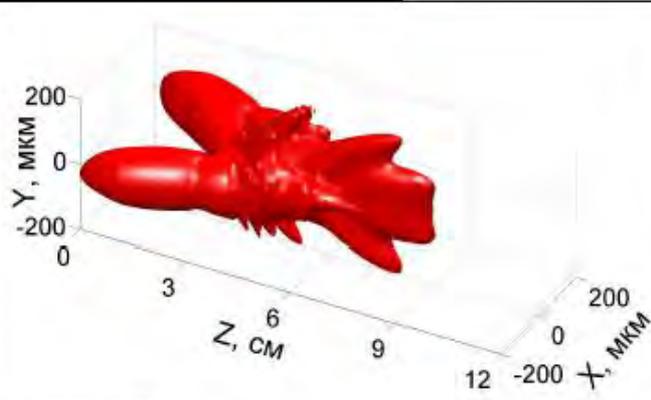
$$\frac{\partial n_e}{\partial \tau} = K(|A|^2)(n_e^0 - n_e) + \frac{e^2 |A|^2 v_c}{2m_e E_{gap} (\omega_0^2 + v_c^2)} n_e - \frac{n_e}{\tau_{recomb}}$$



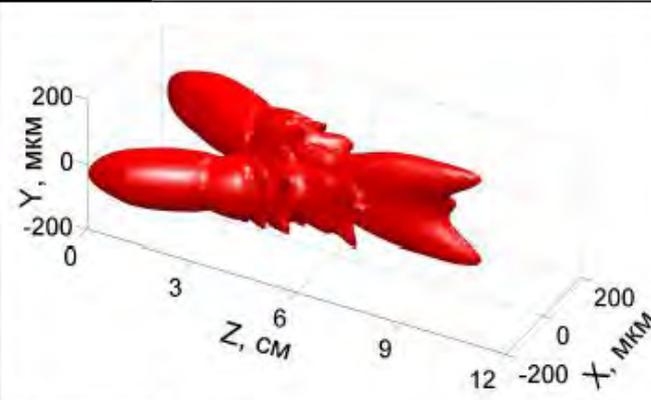
независимые филаменты



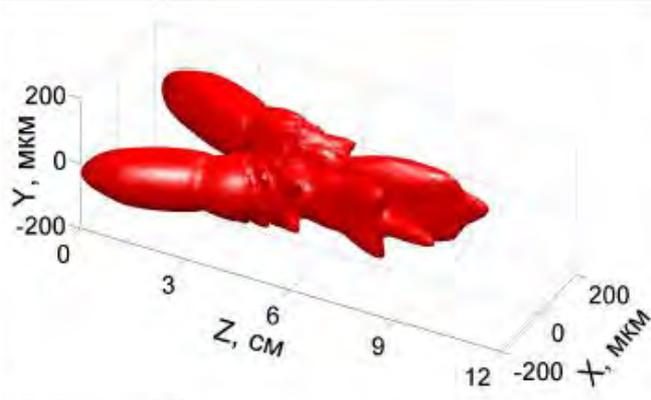
$\Delta\varphi = 0^\circ$



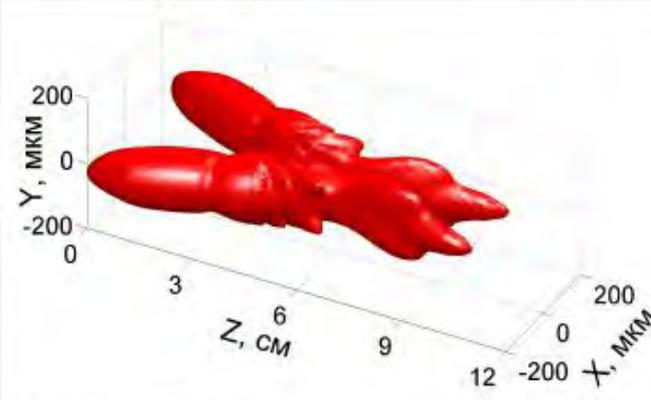
$\Delta\varphi = 45^\circ$



$\Delta\varphi = 90^\circ$



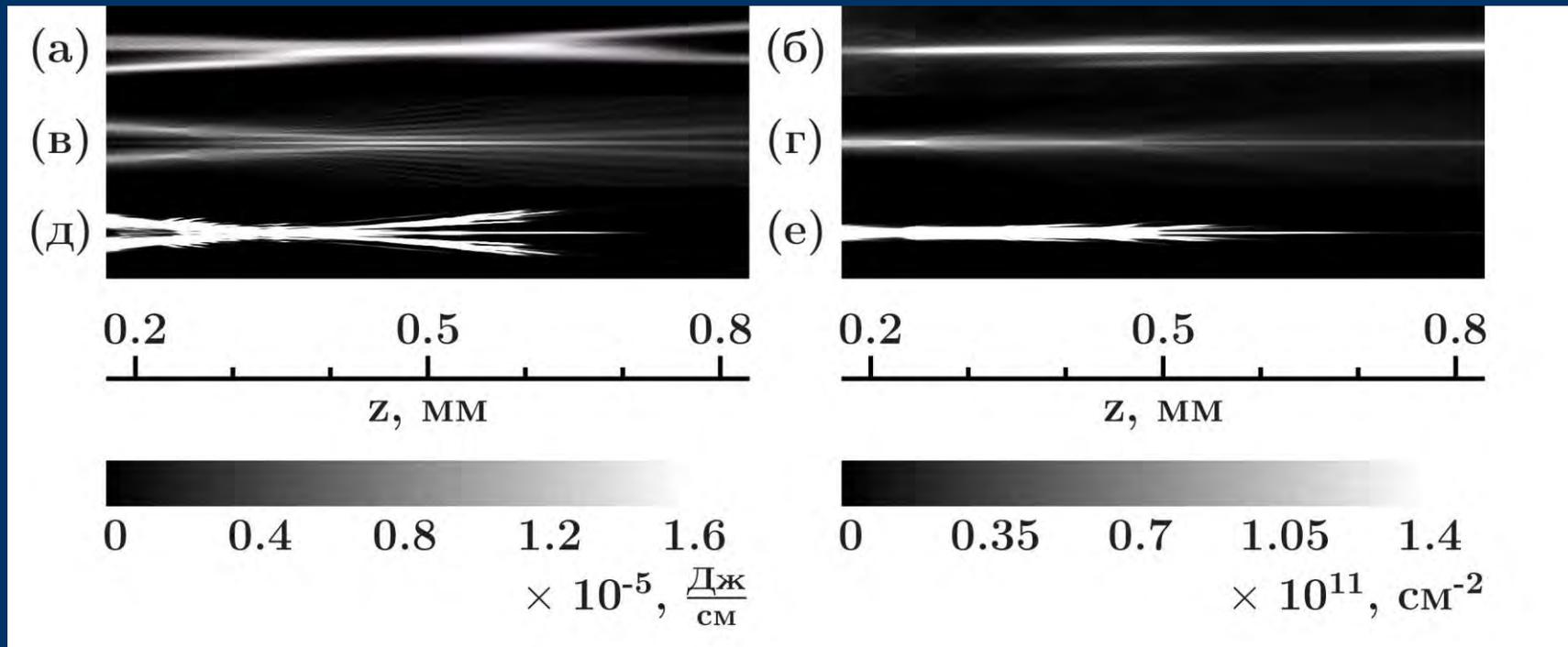
$\Delta\varphi = 135^\circ$



$\Delta\varphi = 180^\circ$

Скращенные филаменты в кристалле сапфира

Э
F
 $\rho_{\text{лин}}$



Вид сверху на плоскость
скращенных филаментов

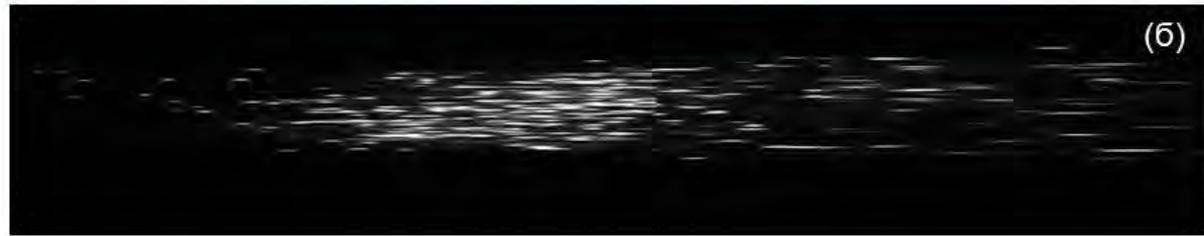
Вид сбоку

Свечение плазменных каналов при множественной филаментации в стекле

3 мДж



4,5 мДж



$P = 70-100$ ГВт, длина волны = 800 нм

Гейнц Ю.Э. и др. // Оптика атмосферы и океана.
2015. Т. 28. № 12.

Численное моделирование множественной филаментации в широких пучках

Периодические
граничные условия

$$A(x = -\frac{a}{2}, y, z) = A(x = \frac{a}{2}, y, z)$$
$$A(x, y = -\frac{a}{2}, z) = A(x, y = \frac{a}{2}, z),$$

Оценки:

$$r_f \sim 50 \text{ мкм}, dx=dy \sim 1 \text{ мкм}$$

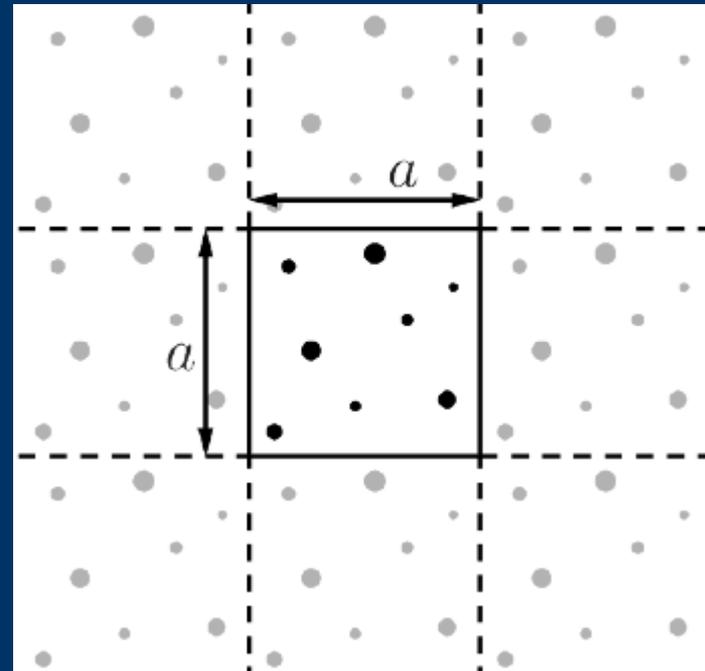
$$N_x=N_y=2000$$

Размер области $a*a=2*2$ мм

$$M_{\text{fil}} \sim 25, P \sim M_{\text{fil}} * 5P_{\text{cr}} = 150 P_{\text{cr}}$$

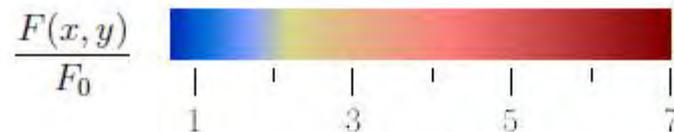
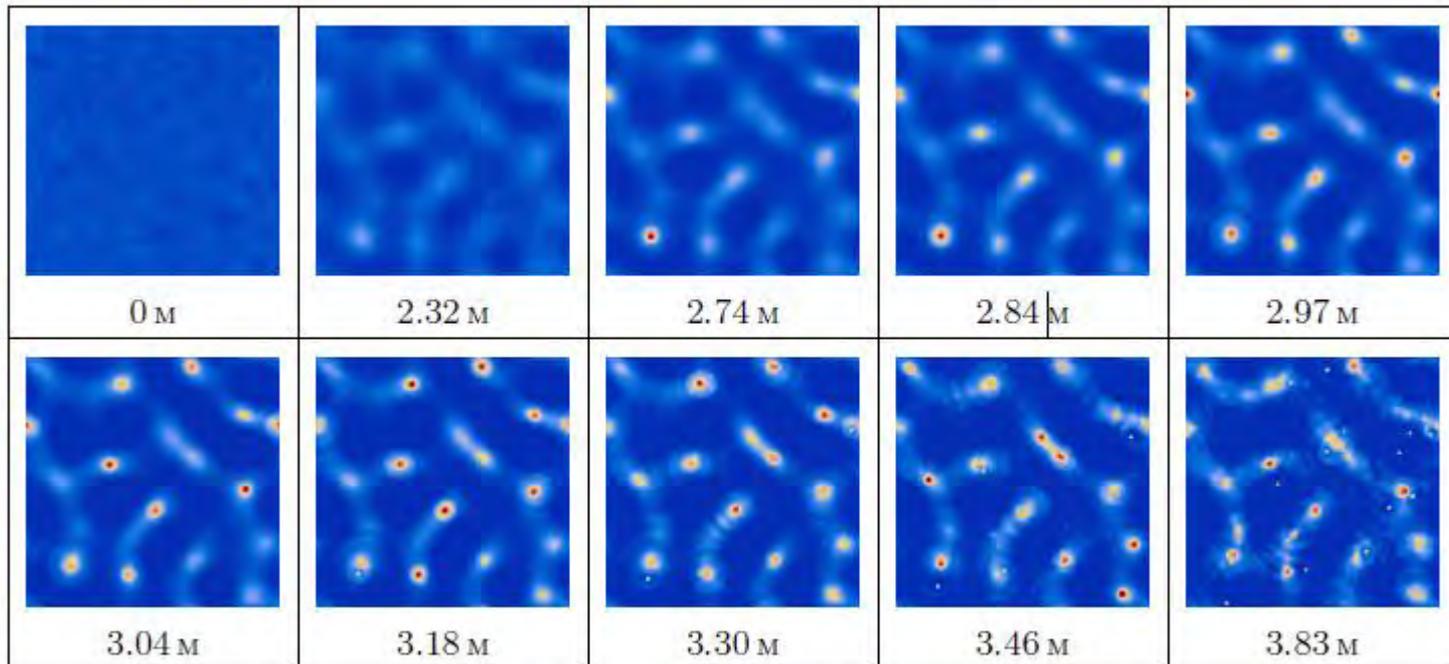
Широкий пучок $a_0 \gg a, a_0 = 10a = 2$ см

$$P_o = 150 P_{\text{cr}} * (a_0/a)^2 = 15\,000 * 5 \text{ ГВт} =$$
$$= 75 \text{ TW}$$



Численное моделирование множественной филаментации в широких пучках

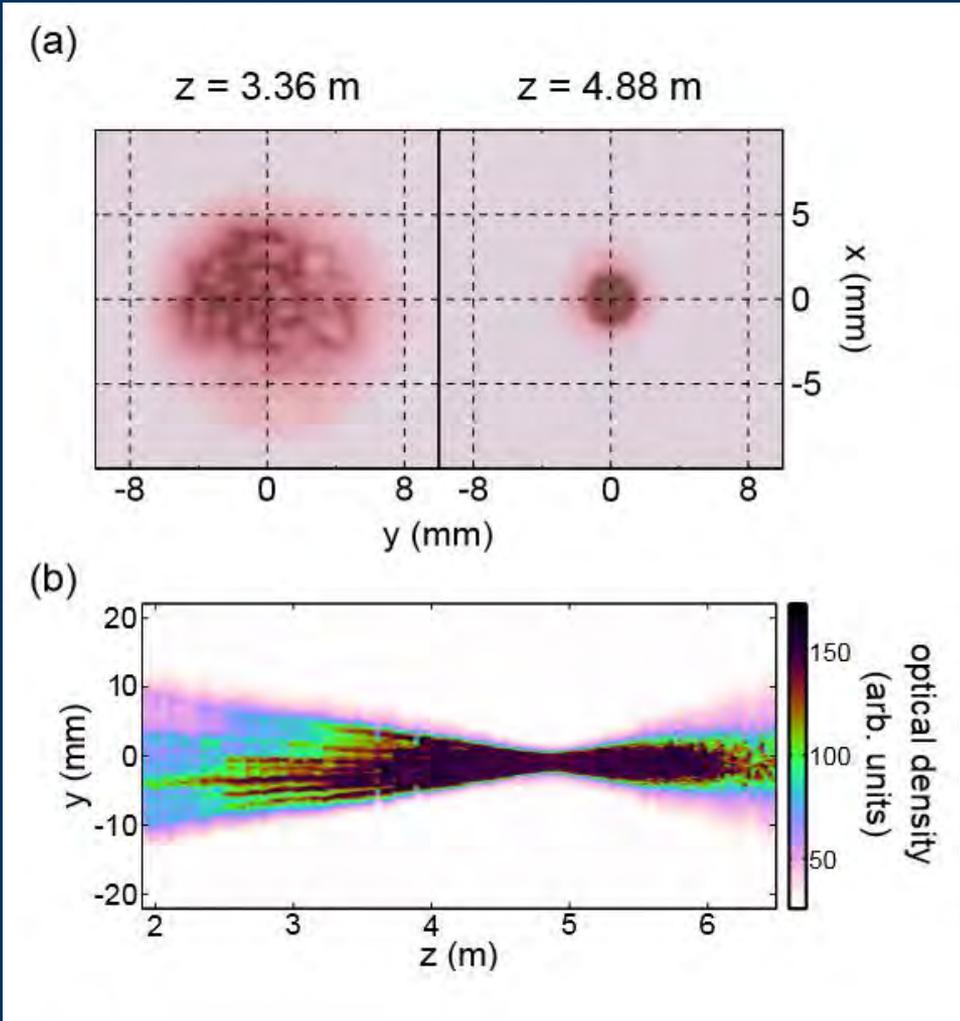
$$A(x, y, z = 0, \tau) = A_0 \left(1 + c \cdot \tilde{\xi}(x, y) \right) \exp \left\{ -\frac{t^2}{2\tau_0^2} \right\}$$



8.4 Суперфиламент

$W = 200$ мДж,
 $\lambda = 800$ нм
30 мм FWHM
 $R_f = 5$ м
($NA = 3 \times 10^{-3}$)
 $\tau = 175$ фс
 $P = 230 P_{cr}$

Воздух



Фотобумага,
одиочный
импульс

Реконструкция
по срезам через
2 см

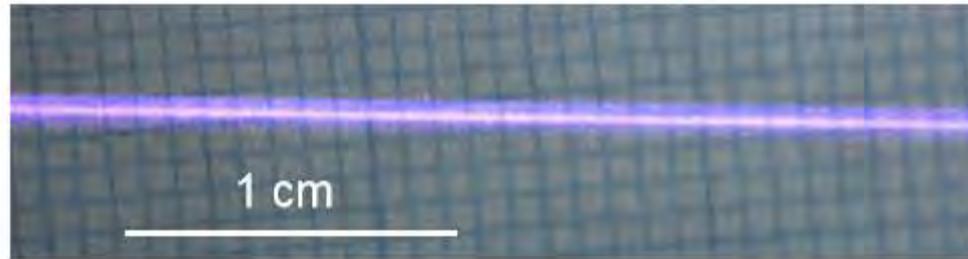
Guillaume Point et al. // Phys. Rev. Lett. 112, 223902 (2014)

Плотный пучок филаментов в
слабо фокусированном ($R_f = 5$ м)
ТВт излучении в воздухе

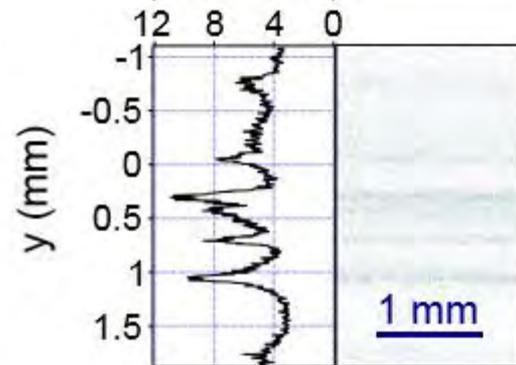
Люминесценция плазмы суперфиламента в воздухе



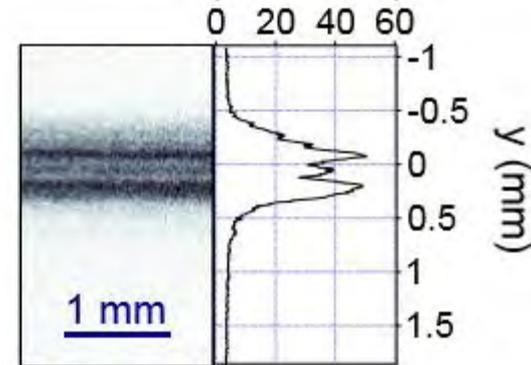
(a) перетяжка



(b) luminescence
(arb. units)



(c) luminescence
(arb. units)

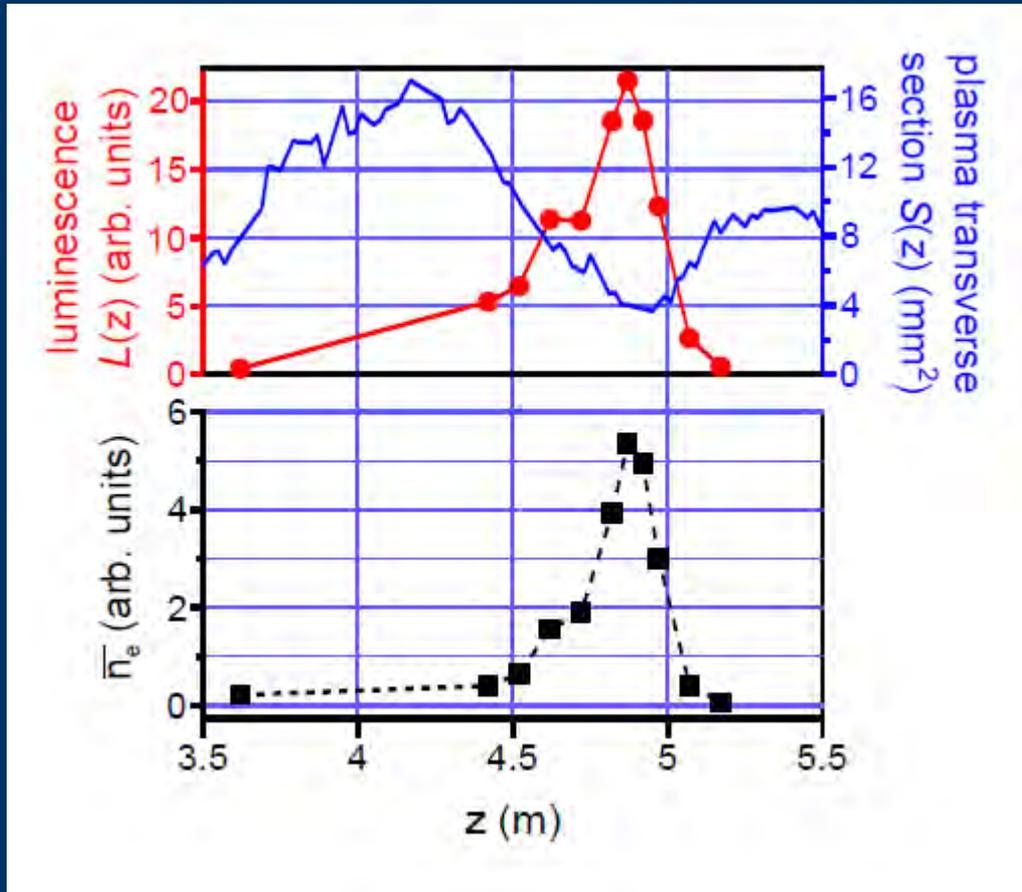


BG39 colored filter 320-700 нм

Z = 4,40 м

Z = 4,90 м

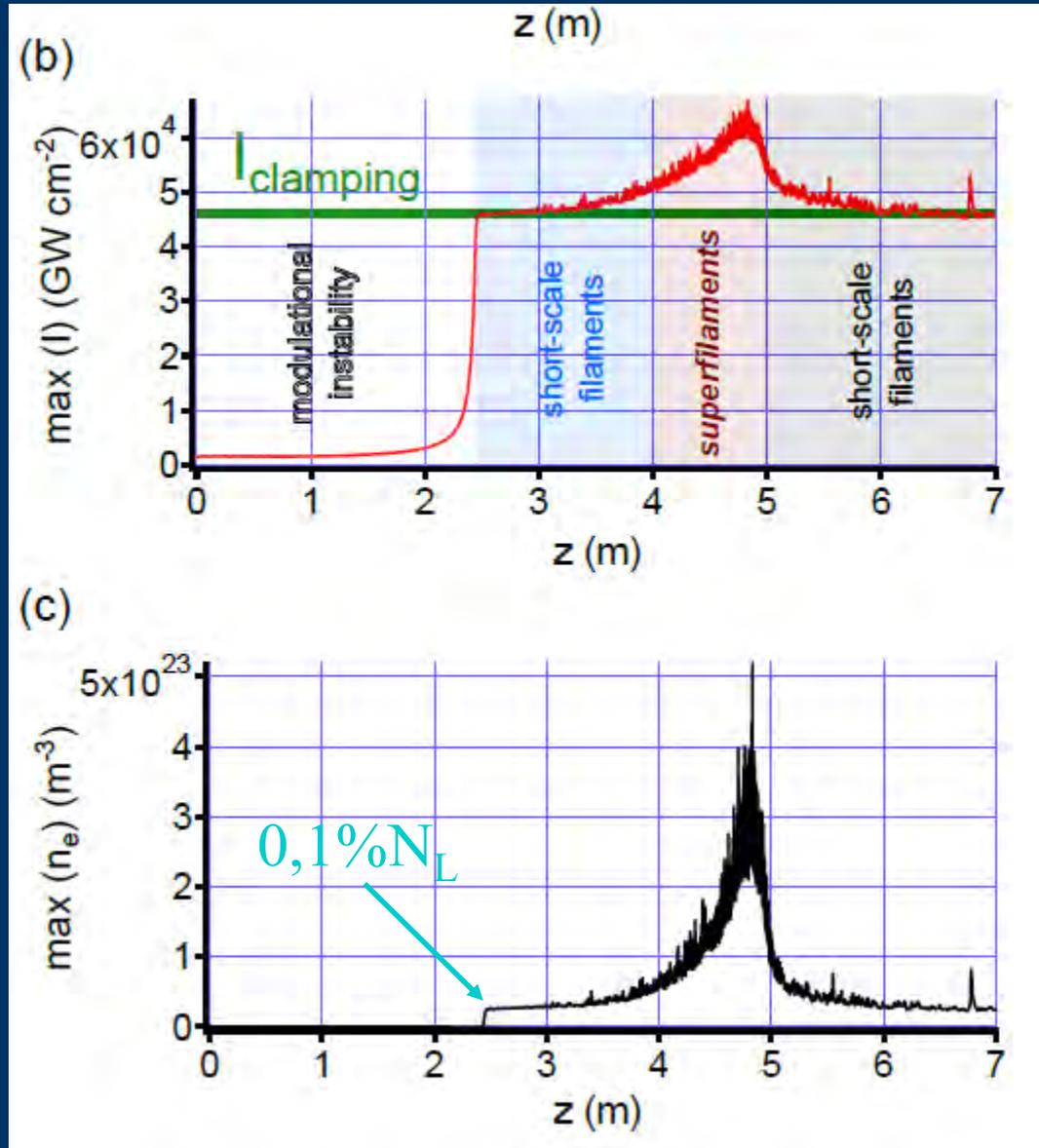
Концентрация электронов в плазме суперфиламента



1. $z < 4,5$ м
стандартные
филаменты,
постоянная
интенсивность и
концентрация.
2. $4,5$ м $< z < 5$ м
рост концентрации в
18 раз,
3. $z > 5$ м – конец
области плотной плазмы
длиной 50 см

$$n_e(z) \sim L(z)/S(z)$$

Результаты вычислительного эксперимента



Суперфиламент в воздухе

- Эволюция не может быть описана двойными взаимодействиями.
- В перетяжке возникает несколько нитевидных структур, похожих на обычные филаменты, но обладающих существенно большей энергией и существующих десятки сантиметров.
- Плазма имеет на порядок большую концентрацию.

Плотный пучок филаментов в слабо фокусированном ТВт излучении в воздухе

Литература по лекционному материалу

Модуляционная неустойчивость

1. В.И.Беспалов, В.И.Таланов «О нитевидной структуре пучков света в нелинейных жидкостях» Письма в ЖЭТФ. Т.3, с.471-476, 1966
2. В.И. Беспалов, А.Г. Литвак, В.И. Таланов. Самовоздействие электромагнитных волн в кубичных изотропных средах / В сб. Нелинейная оптика. Труды 2-го Всесоюзного симпозиума по нелинейной оптике. - Новосибирск : Наука, сибирское отделение, 1968, С. 428-463.
3. http://ofvp.phys.msu.ru/upload/iblock/d28/Тема_8.pdf