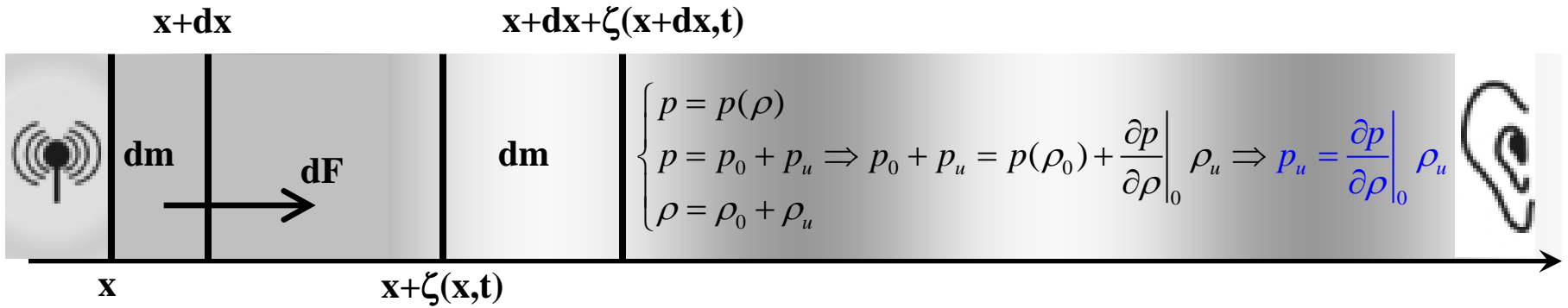


Скорость распространения звуковых волн в сплошных средах



$$\left\{ \begin{array}{l} dm = \rho_0 S dx = \rho S [dx + \zeta(x + dx, t) - \zeta(x, t)] \\ dF = S [p(x, t) - p(x + dx, t)] = -S \frac{\partial p_u}{\partial x} dx \\ dF = \frac{\partial^2 \zeta}{\partial t^2} dm \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \rho_u = -\rho_0 \frac{\partial \zeta}{\partial x} \\ \rho_0 \frac{\partial^2 \zeta}{\partial t^2} = -\frac{\partial p_u}{\partial x} \end{array} \right. \Rightarrow \frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} - \frac{1}{V^2} \frac{\partial^2 \zeta}{\partial t^2} = 0, \quad V^2 = \left. \frac{\partial p}{\partial \rho} \right|_0$$

$$p \rho^{-\gamma} = p_0 \rho_0^{-\gamma} \Rightarrow \frac{\partial p}{\partial \rho} = \gamma \rho^{\gamma-1} p_0 \rho_0^{-\gamma} = \frac{\gamma p}{\rho} \Rightarrow V^2 = \left. \frac{\partial p}{\partial \rho} \right|_0 = \gamma \frac{p_0}{\rho_0} = \frac{\gamma RT}{\mu}$$

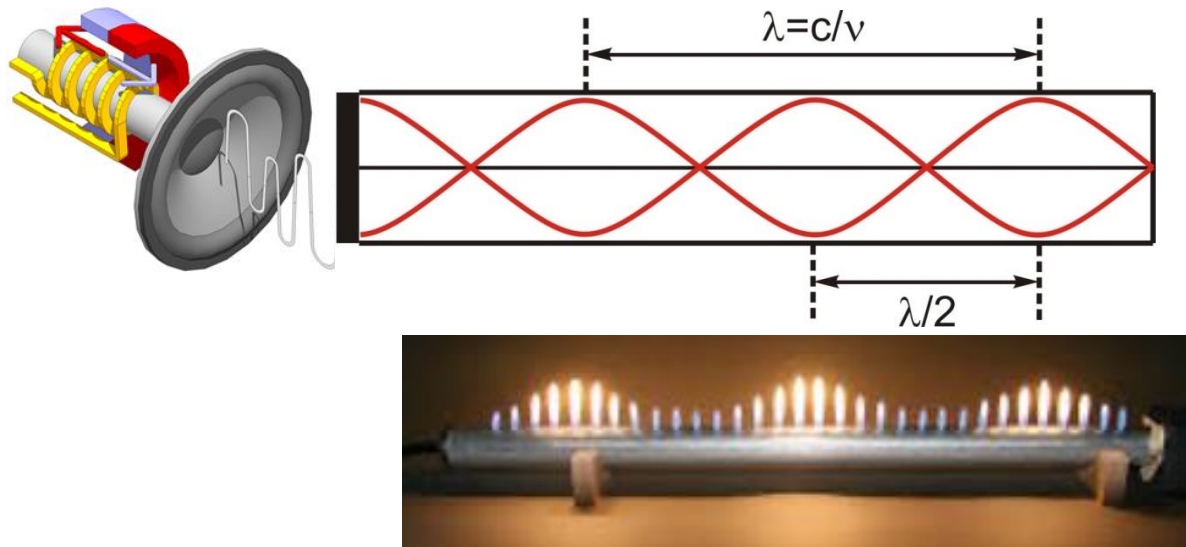
$$\zeta(x, t) = A \cos(\omega t - kx), \quad k = \omega / V$$

$$p_u = -\omega V \rho_0 A \sin(\omega t - kx)$$

При 25°C : $V = 346 \text{ м/с}$

Генерация звука. Труба Рубенса

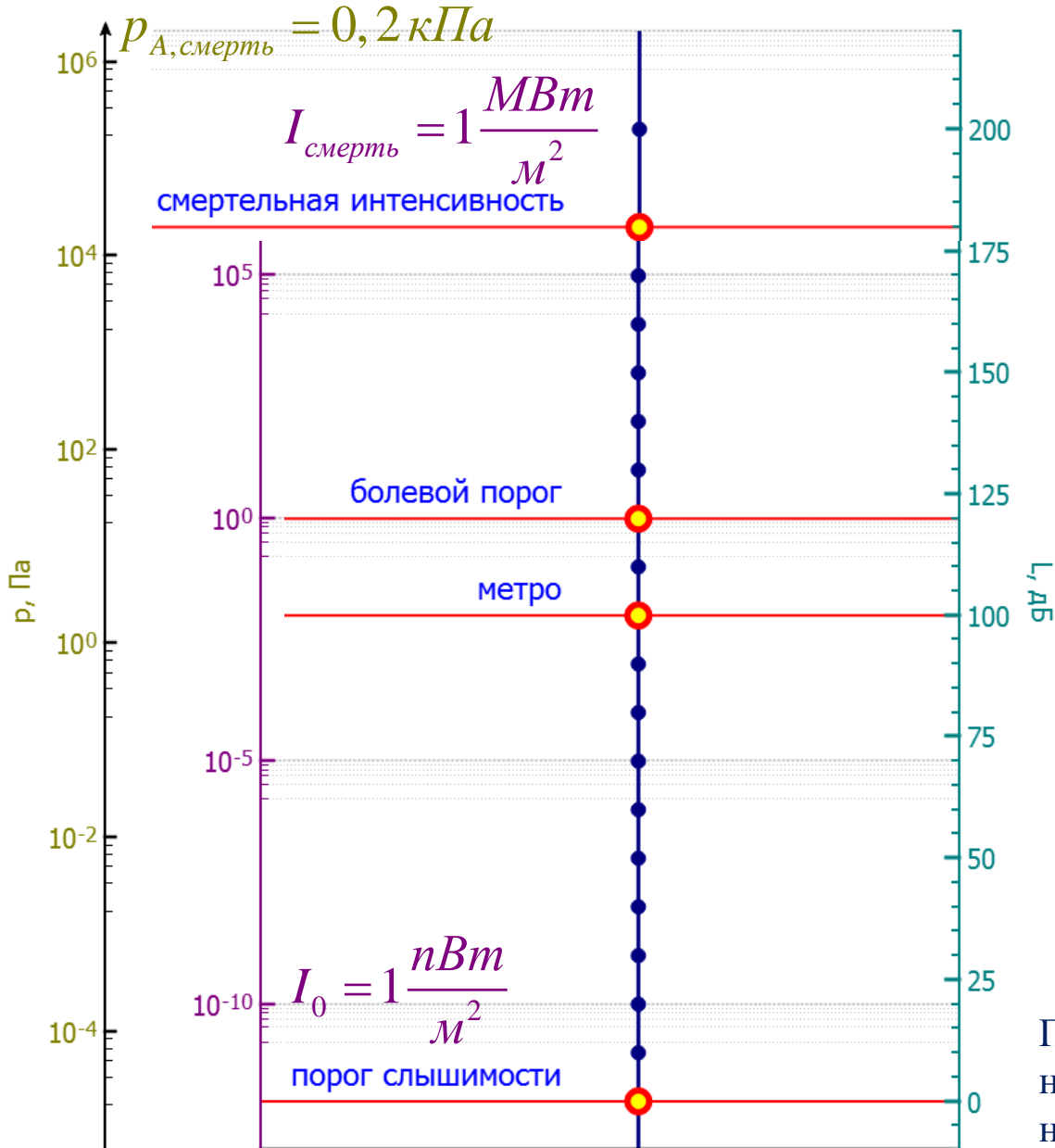
Звук — распространение возмущений давления/плотности в пространстве.



$$\zeta(x, t) = A \cos(\omega t - kx) + A \cos(\omega t + kx + \varphi) = 2A \cos(kx + \varphi / 2) \cos(\omega t + \varphi / 2)$$

$$kl = \frac{\pi}{2} + \pi m \Rightarrow l = m \frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{4}$$

Характеристики звуковых волн



Характеристики звука:
частота (высота) и
амплитуда (громкость).

$$p = p_A \cos \left(\omega t - \frac{\omega}{V} x + \varphi \right)$$

Сила звука [дБ]:

$$L = 10 \lg \frac{I}{I_0 (1 \text{ кГц})}$$

Звуковое давление:

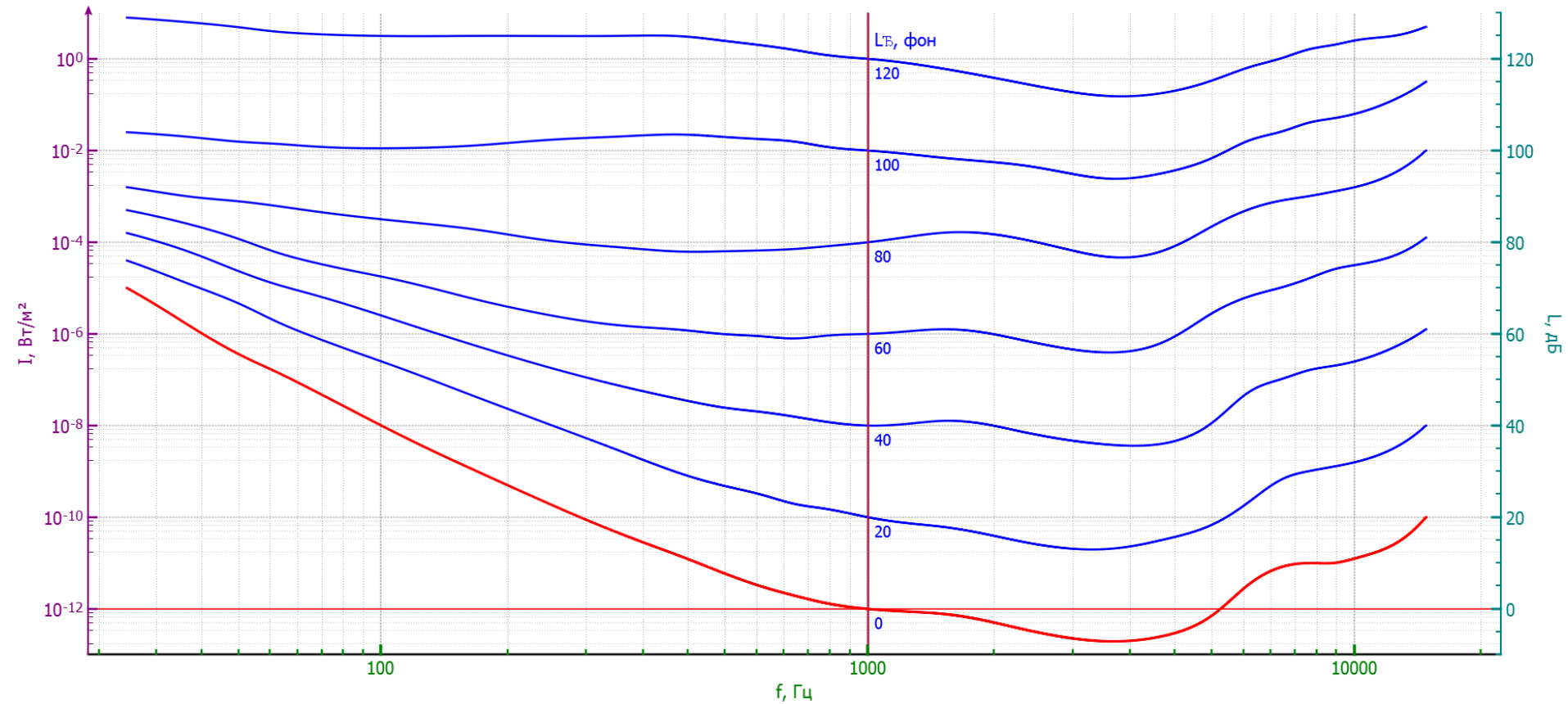
$$\langle p^2 \rangle = ZI$$

Громкость:

$$L_h = 20 \lg \frac{p_f}{p_0}$$

При громкости 80 Дб
 необратимая потеря слуха
 начинается через 6 часов

Кривые равной громкости



Психофизический закон Вебера-Фехнера (1860)

Пусть $d\beta$ – прирост силы звука
за счёт прироста интенсивности dI :

$$\frac{dI}{I} = A d\beta$$

$$\frac{\Delta I}{I} = const$$

Примем $\beta=0$ на пороге слышимости ($I = I_{пор}$): $\beta = \frac{1}{A} \ln \frac{I}{I_{пор}}$

Если принять $A = \ln 10$: $\beta = \lg \frac{I}{I_{пор}} = [\text{бел}]$

Вес:

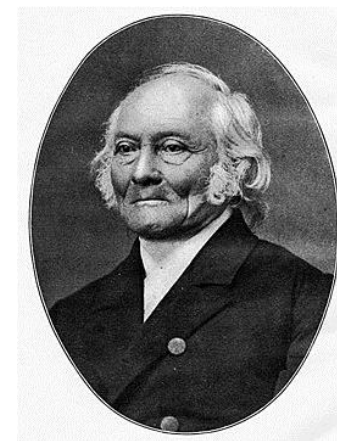
$$\frac{\Delta P}{P} = \frac{1}{30}$$

Яркость:

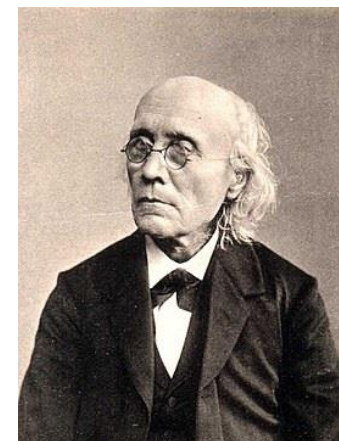
$$\frac{\Delta B}{B} = \frac{1}{100}$$

Температура:

$$\frac{\Delta T}{T} = const$$



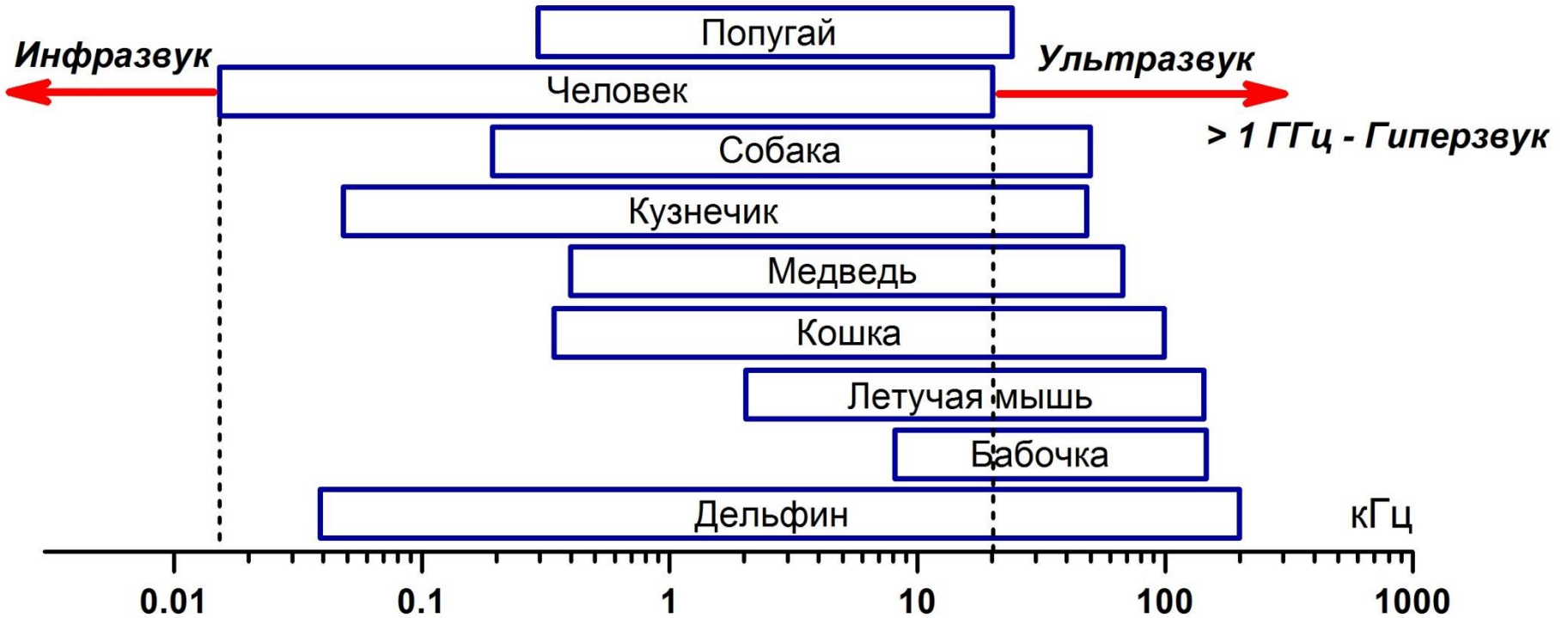
Ernst Heinrich Weber
(1795-1878)



Gustav Theodor Fechner
(1801-1887)

Интенсивность реакции любой сложной когнитивной системы на внешние стимулы

Диапазоны слышимости



Дети	20 лет	35 лет	50 лет
16-22000 Гц	16-20000 Гц	25-15000 Гц	30-12000 Гц

Колебания струны

Спор о струне — дискуссия в XVIII в. между математиками о колебаниях струны, определившая развитие теории дифф-ых ур-ий, матанализ, теорию ф-ий вещественной переменной, теорию тригонометрических рядов Фурье и теорию обобщенных функций и пространств Соболева.

Возможность теоретического изучения колебаний появилась в 1687 (законы Ньютона).

В 1625 г. Марен Мерсенн обнаружил зависимость между частотой ν , натяжением T , площадью сечения S и длиной L струны:

$$\nu = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{T}{\rho S}}$$

1713 – закон Мерсенна был выведен Тейлором из математических соображений.

1747 – Д'Аламбер записывает уравнение колебания струны в современном виде (диф.ур. в частных производных).

1747-1753 – Даниил Бернулли развивает метод стоячих волн Тейлора

~1820 – Жан-Батист Фурье строго обосновывает этот метод.

Исследование уравнения Д'Аламбера привело к «методу бегущих волн», представляющего собой другой взгляд на проблему колебательного движения. Впоследствии он был развит Эйлером. С тех пор это уравнение заняло прочное место в учебниках по математике, математической физике, теории колебаний, а также других математических дисциплин и по сути стало считаться классическим.

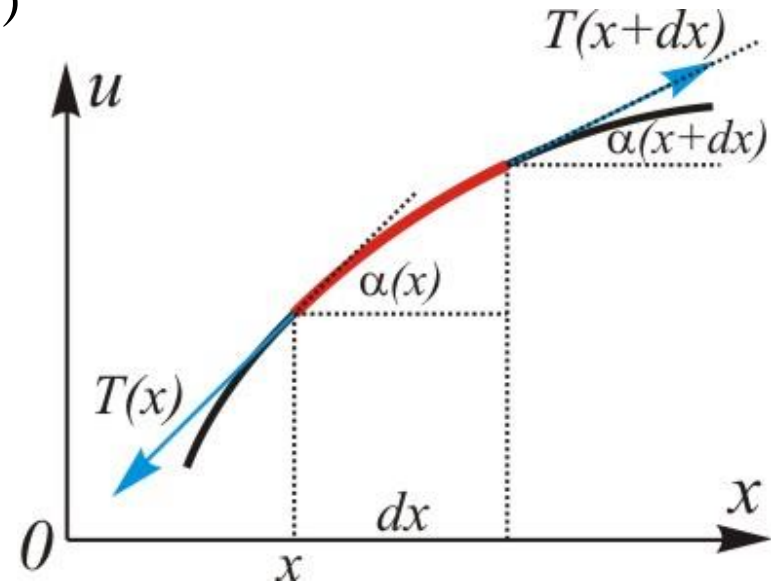
Волны в струне

$$\left\{ \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} dm = T(x+dx) \sin \alpha(x+dx) - T(x) \sin \alpha(x) \right.$$

Приближения: $\alpha \ll 1$, $T = \text{const}$

$$\left\{ \sin \alpha(x+dx) \approx \text{tg} \alpha(x+dx) = \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x+dx} \right.$$

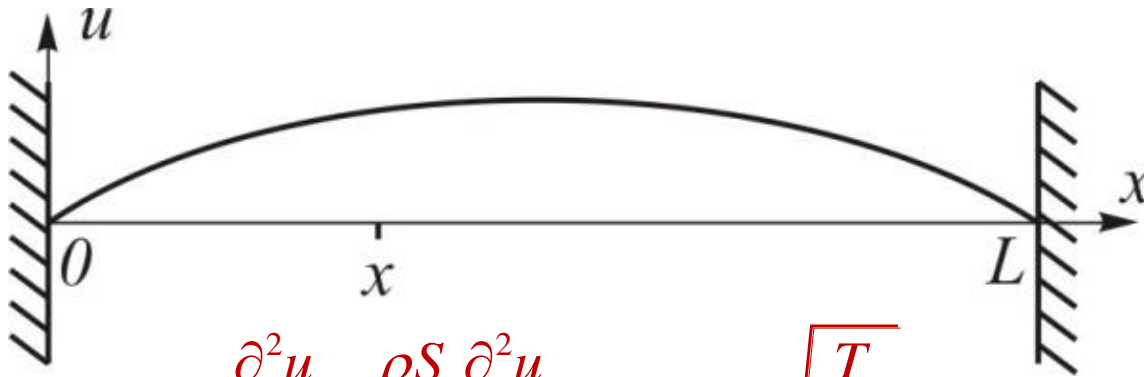
$$\left\{ \sin \alpha(x) \approx \text{tg} \alpha(x) = \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_x \right.$$



$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} dm = T \frac{\frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x+dx} - \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_x}{dx} dx \Rightarrow \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \rho S = T \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{\rho S}{T} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0, \quad v = \sqrt{\frac{T}{\rho S}}$$

Моды колебаний



$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{\rho S}{T} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0, \quad V = \sqrt{\frac{T}{\rho S}}$$

$$\begin{aligned} u(x, t) &= \\ &= u_0^+ \cos(\omega t - kx + \varphi_1) + \\ &+ u_0^- \cos(\omega t + kx + \varphi_2) \end{aligned}$$

$$k = \frac{\omega}{V} = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$\left. \begin{aligned} u(0, t) = 0 &\Rightarrow u_0^+ \cos(\omega t + \varphi_1) + u_0^- \cos(\omega t + \varphi_2) = 0 \\ \begin{cases} u_0^+ \cos \varphi_1 + u_0^- \cos \varphi_2 = 0 \\ u_0^+ \sin \varphi_1 + u_0^- \sin \varphi_2 = 0 \end{cases} &\Rightarrow \sin(\varphi_1 - \varphi_2) = 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{cases} \varphi_1 = \varphi_2 \equiv \varphi \\ u_0^+ = -u_0^- \equiv u_0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$u(x, t) = 2u_0 \sin kx \sin(\omega t + \varphi)$$

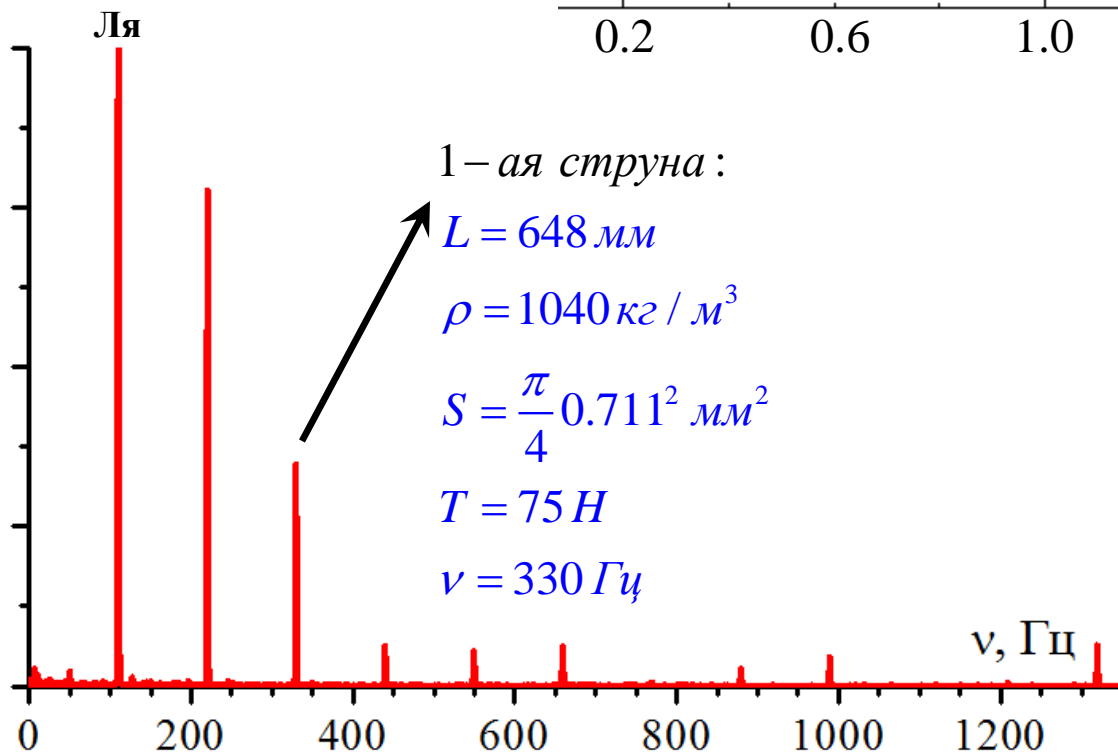
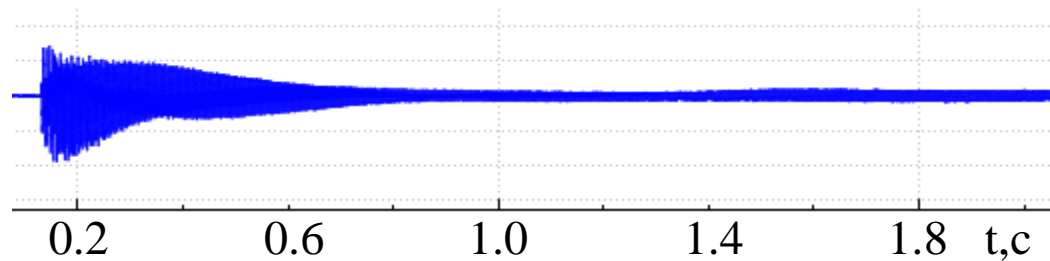
$$u(L, t) = 0 \Rightarrow \sin kL = 0 \Rightarrow kL = \pi m \Rightarrow$$

$$\left[\begin{aligned} \lambda_m &= \frac{2L}{m} \\ \nu_m &= \frac{V}{2L} m \end{aligned} \quad m = 1, 2, \dots \right.$$

Струнные музыкальные инструменты

Колебания струны с частотой 110 Гц
(пятая струна гитары, нота Ля)

$$v = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{T}{\rho S}}$$

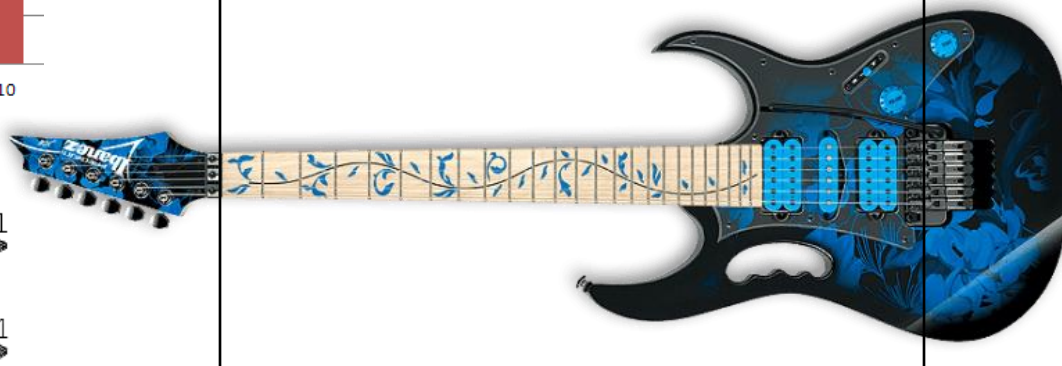
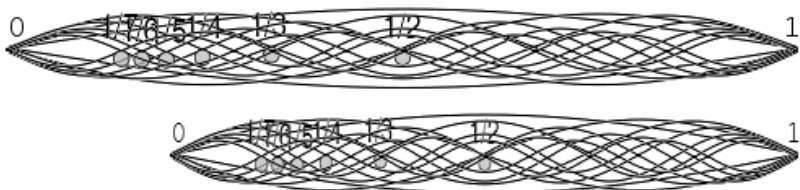
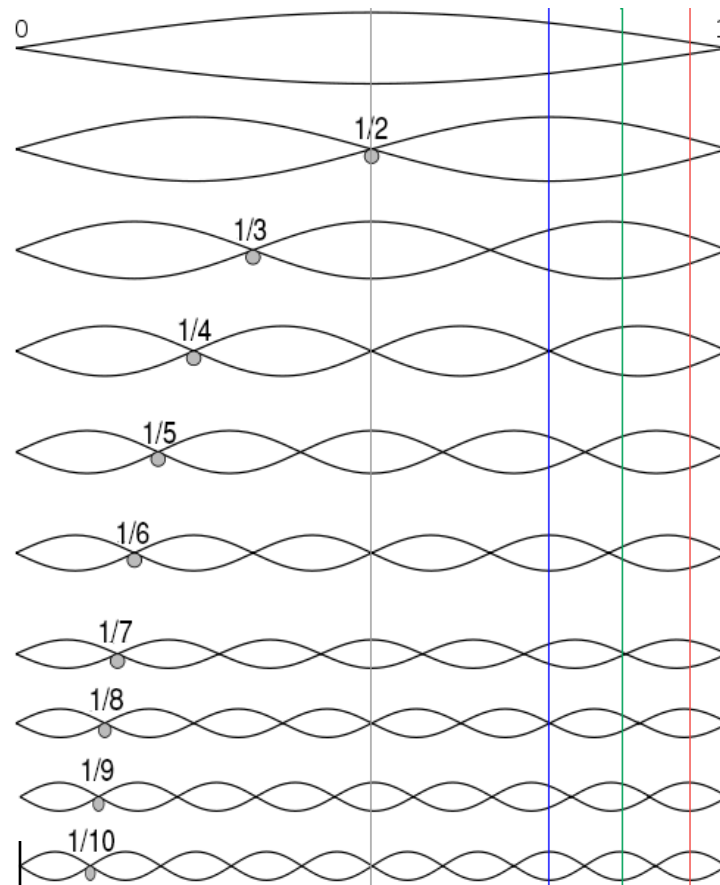
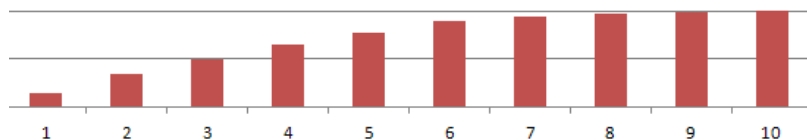
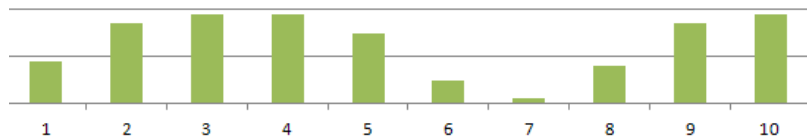
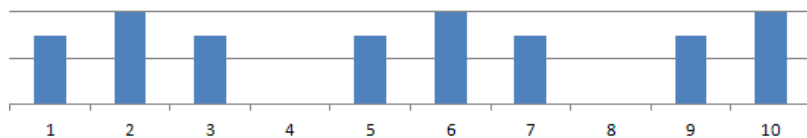
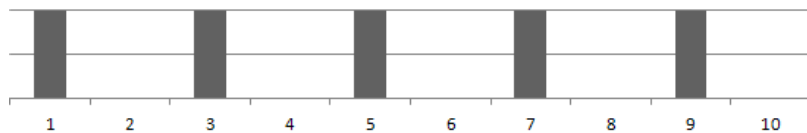


$$V = \sqrt{\frac{T}{\rho S}} \approx 430 \text{ м / с}$$

$$V_{36.} \approx 350 \text{ м / с !!!}$$

Электрогитара

Амплитуда колебаний первых десяти гармоник струны в четырёх точках

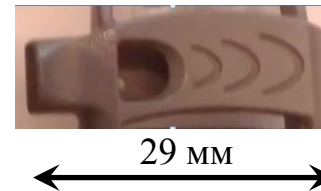
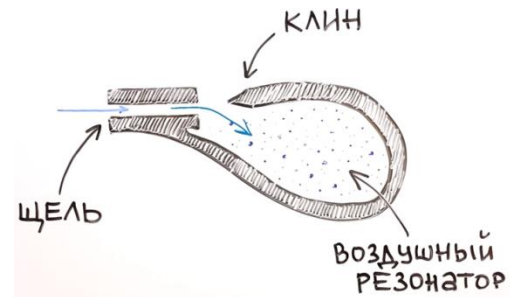


Голос



СВИСТОК. СВИСТ

$$v_{\text{свисток}} = 3 \text{ кГц}, L = 29 \text{ мм}$$
$$\lambda = \frac{c}{v_{\text{свисток}}} = 116 \text{ мм} = 4L$$

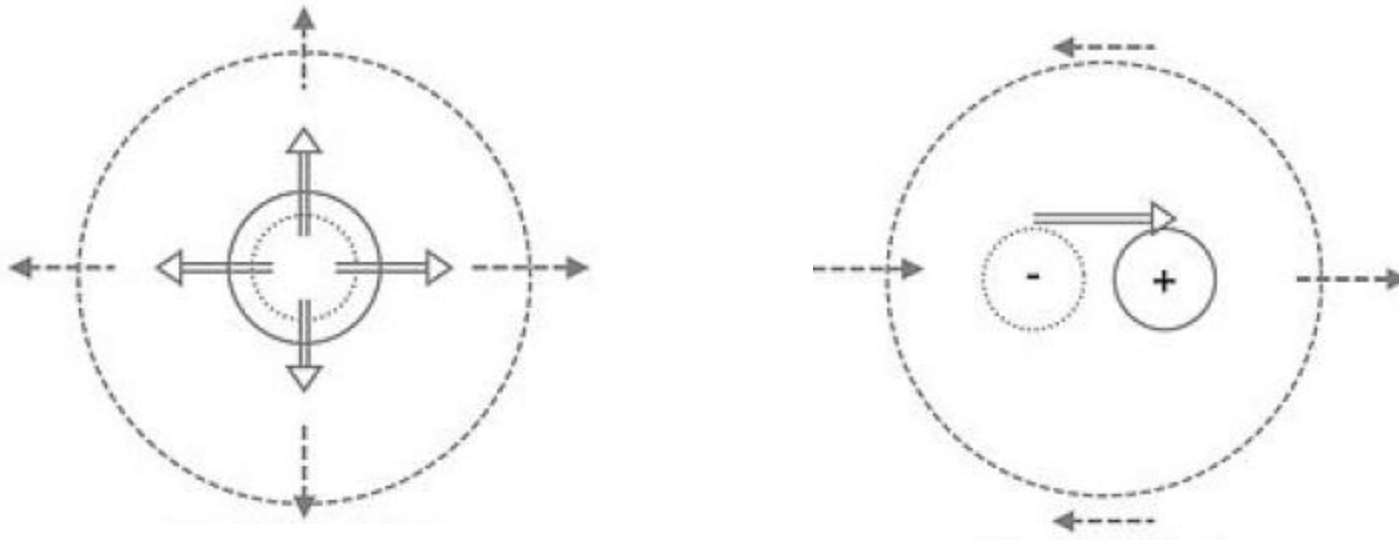


Любой духовой инструмент содержит элемент, создающий нестабильность потока и резонатор.

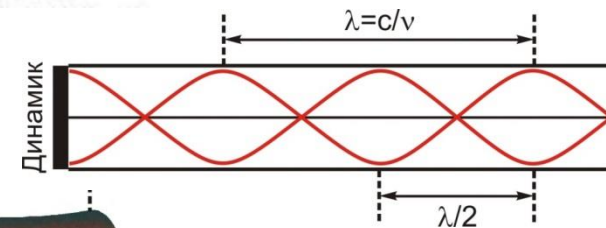
- ✓ *Элемент нестабильности создаёт вихревые объёмные (не плоские!) волны с широким спектром частот.*
- ✓ *Резонатор (3D) усиливает часть частот в зависимости от своих геометрических размеров.*

Типы неустойчивости

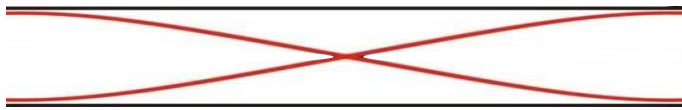
Свист возникает в результате **неустойчивости потока** и **обратной связи**. Важно разделять два типа неустойчивости: симметричную и несимметричную. Симметрия потока определяет генерируемое звуковое поле и может быть представлена двумя типами источников: монополем и диполем.



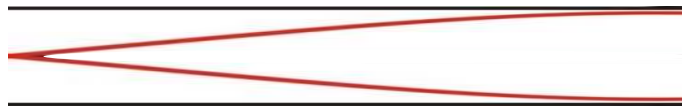
В результате **обратной связи** появляется стоячая волна



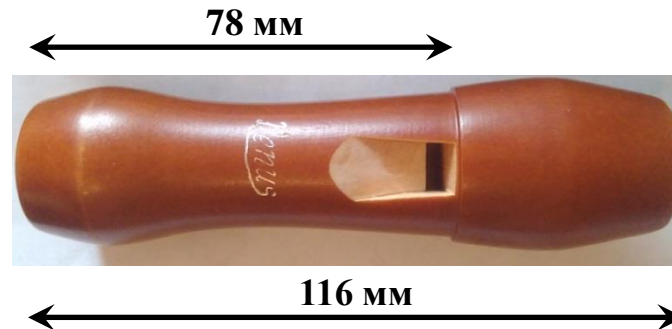
Теория свиста



$$v_{\text{мундштук_открыт}} = 1811 \text{ Гц}, \frac{\lambda}{2} = 96 \text{ мм}$$

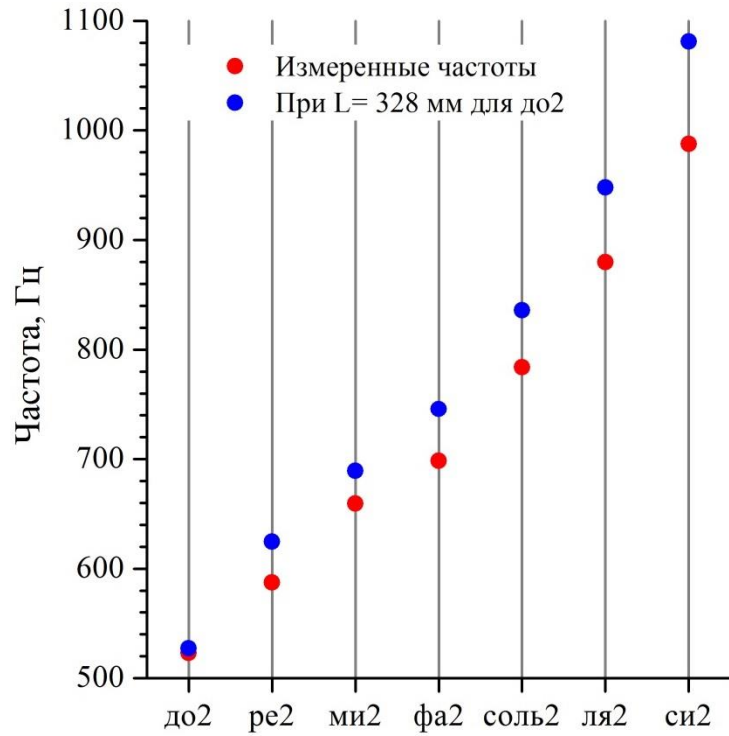


$$v_{\text{мундштук_закрыт}} = 807 \text{ Гц} \Rightarrow \frac{\lambda}{4} = 107 \text{ мм}$$



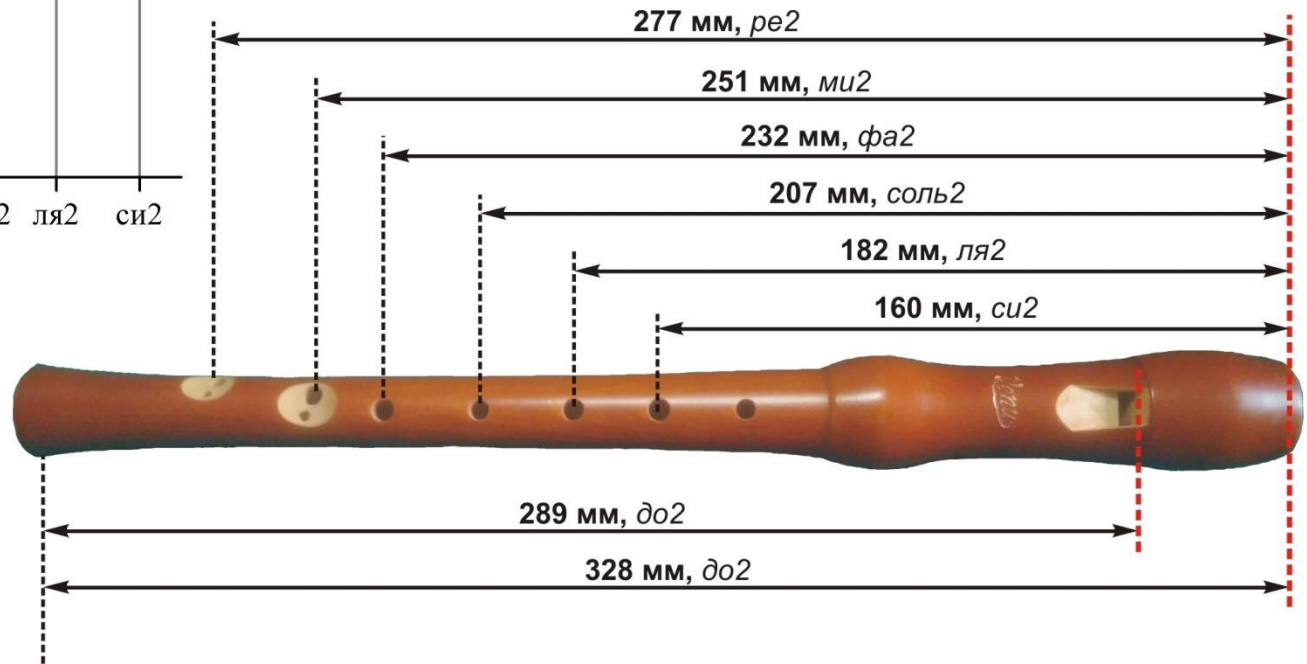
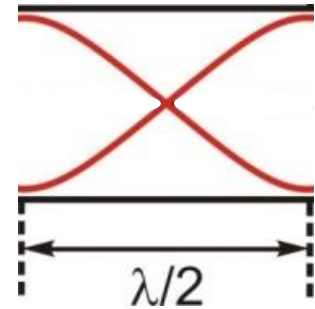
Частота звука духовых зависит не только от длины, но и от формы резонатора

Флейта



$$\lambda_{\text{до}2} = \frac{c}{\nu_{\text{до}2}} = \frac{346 \text{ м/с}}{523 \text{ Гц}} = 660 \text{ мм}$$

$$L_{\text{до}2} = \frac{\lambda_{\text{до}2}}{2} = 330 \text{ мм}$$



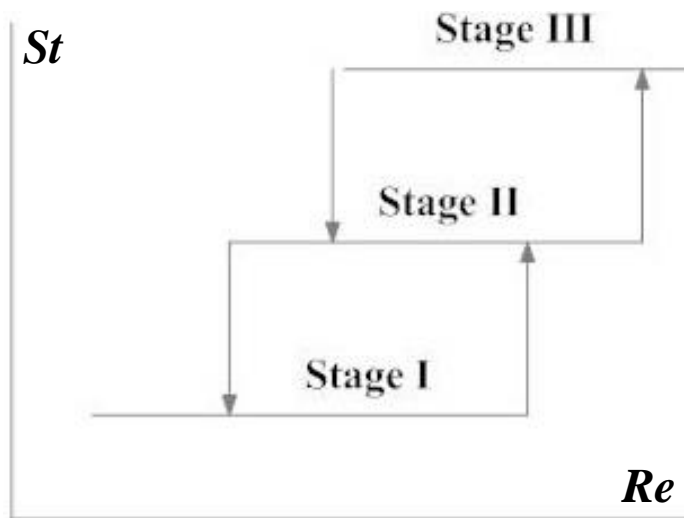
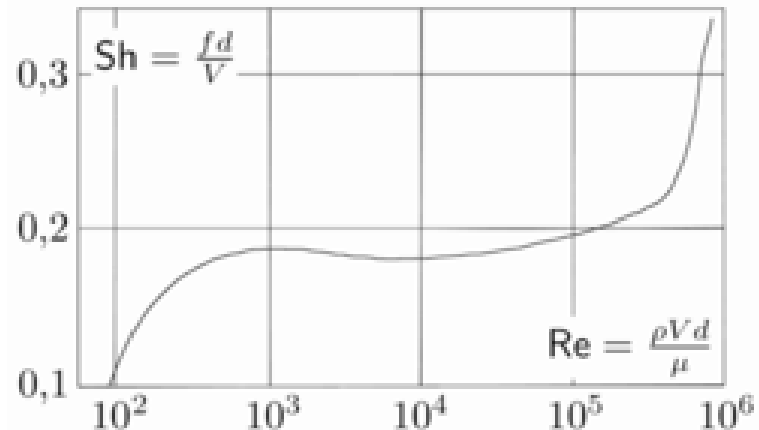
К теории свиста

$$Re = \frac{\rho_0 U D}{\eta}$$

число Рейнольдса
(ламинарное → турбулентное течение)
D – гидравлический диаметр,
 η – динамическая вязкость

$$St = \frac{fL}{U}$$

число Струхала
(f – частота образования вихрей)



Нелинейные петли обратной связи позволяют реализовать несколько звуковых состояний системы при заданной скорости потока и геометрии.

Громкость звука. Звуковое оружие

Смещение барабанной перепонки на пороге слышимости – 1 нм,
а при болевом пороге – 1 мкм

$$p_{A, \text{смерть}} = 0,2 \text{ кПа}$$

$$p_{\text{атм.}} = 100 \text{ кПа}$$

Дальнодействующее акустическое устройство (LRAD — «Long Range Acoustic Device») – звуковое оружие, созданное в 2000 г. для разгона демонстраций, защиты от террористов и пиратов. Сила звука достигает 160 Дб на частоте ~ 2,5 кГц.



Инфразвуковое и ультразвуковое оружие



Инфразвуковое оружие «Шёпот»

Генерация	пьезоэлектрические кристаллы
Эффекты	страх, паника, психозы, соматические расстройства
Давление	120 дБ (10 м)
Время работы	50 мин
Непр. изл.	30 с
Скважность	15 с

Реактивные двигатели генерируют инфразвук (~20 Гц), что может приводить к галлюцинациям за счёт воздействия на глазные яблоки.

Ультразвуковое оружие менее эффективно. Эффект такой же, как от инфразвукового, но появляется также тепловое воздействие. Резонансные эффекты могут приводить к разрушению костей.

УЗИ диагностика

- ✓ В системах медицинской ультразвуковой диагностики используют частоты от 1 до 30 МГц.
- ✓ Разрешающая способность современных ультразвуковых аппаратов достигает долей миллиметра.

$$\lambda = \frac{c}{\nu} \sim \frac{1500 \text{ м/с}}{7,5 \cdot 10^6 \text{ Гц}} \sim 0,2 \text{ мм}$$

