

Нелинейная оптика

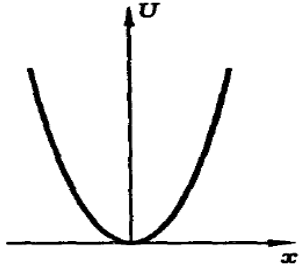
$$\ddot{x} + \Gamma \dot{x} + \frac{1}{m} \frac{\partial U}{\partial x} = \frac{e}{m} E$$

$$U(x) = \cancel{U(0)} + \cancel{x \frac{\partial U}{\partial x} \Big|_{x=0}} + \frac{x^2}{2!} \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \Big|_{x=0} + \frac{x^3}{3!} \frac{\partial^3 U}{\partial x^3} \Big|_{x=0} + \frac{x^4}{4!} \frac{\partial^4 U}{\partial x^4} \Big|_{x=0} + \dots$$

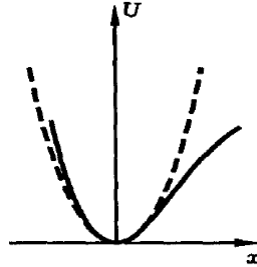
$$U(x) = \alpha_1 x^2 + \alpha_2 x^3 + \alpha_3 x^4 + \dots$$

Нелинейный осциллятор и нелинейная поляризация

$$U(x) = \alpha_1 x^2$$

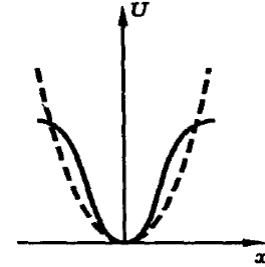


$$U(x) = \alpha_1 x^2 + \alpha_2 x^3$$



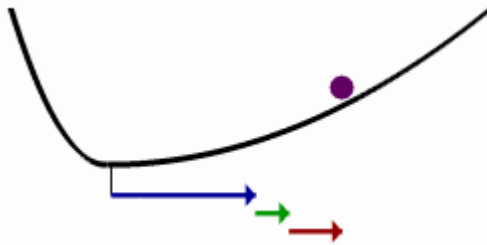
Квадратичная нелинейность
в средах без центра симметрии

$$U(x) = \alpha_1 x^2 + \alpha_3 x^4$$



Кубическая нелинейность
в средах с центром симметрии

$$\ddot{\vec{r}}_i + \Gamma \dot{\vec{r}}_i + \frac{1}{m} \frac{\partial U}{\partial \vec{r}_i} = \frac{e}{m} \vec{E}(t)$$



$$\vec{E}(t) = \vec{E}_0 \cos(\omega t - kz)$$

Находим:

$$\vec{r}_i(t), \vec{p}(t) = \sum_i q_i \vec{r}_i(t),$$

$$\vec{P}(t) = \frac{\vec{p}_{\Delta V}(t)}{\Delta V}$$

$$\vec{P}(t) = \epsilon_0 \chi \vec{E} + \epsilon_0 \chi^{(2)} \vec{E} \vec{E} + \epsilon_0 \chi^{(3)} \vec{E} \vec{E} \vec{E} + \dots$$

$$\epsilon_0 \chi^{(2)} \frac{E_0^2}{2} \vec{e} \left[1 + \cos(2\omega t - 2kz) \right]$$

Процессы трёхволнового смешения

$$\vec{E}_1(t) = \vec{E}_{01} \cos(\omega_1 t - k_1 z), \quad \vec{E}_2(t) = \vec{E}_{02} \cos(\omega_2 t - k_2 z)$$

$$\vec{P}(t) = \varepsilon_0 \chi \vec{E} + \varepsilon_0 \chi^{(2)} \vec{E}\vec{E} + \varepsilon_0 \chi^{(3)} \vec{E}\vec{E}\vec{E} + \dots$$

$$\vec{P} = \vec{P}_0 + \vec{P}_{2\omega_1} + \vec{P}_{2\omega_2} + \vec{P}_{\omega_1+\omega_2} + \vec{P}_{\omega_1-\omega_2}$$

$$P_0 = a(E_{01}^2 + E_{02}^2) \quad - \text{оптическое выпрямление}$$

$$\left. \begin{aligned} P_{2\omega_1} &= aE_{01}^2 \cos(2\omega_1 t - 2k_1 z) \\ P_{2\omega_2} &= aE_{02}^2 \cos(2\omega_2 t - 2k_2 z) \end{aligned} \right\} - \text{генерация второй гармоника (ГВГ)}$$

$$\left. \begin{aligned} P_{\omega_1+\omega_2} &= 2aE_{01}E_{02} \cos([\omega_1 + \omega_2]t - [k_1 + k_2]z) \\ P_{\omega_1-\omega_2} &= 2aE_{01}E_{02} \cos([\omega_1 - \omega_2]t - [k_1 - k_2]z) \end{aligned} \right\} - \text{генерация суммарной и разностной частот}$$

Фазовый синхронизм

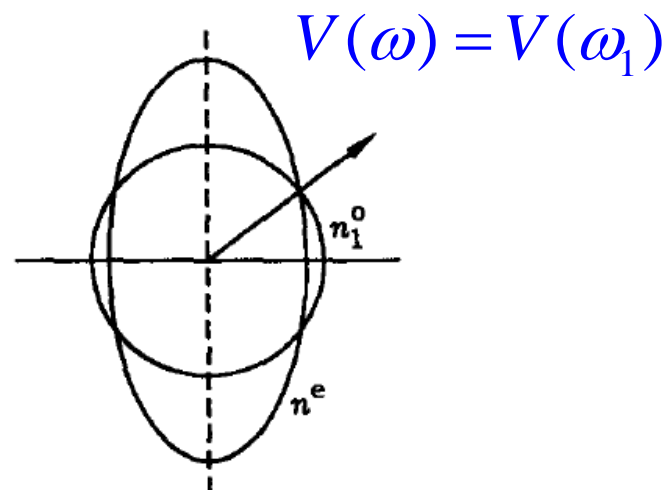
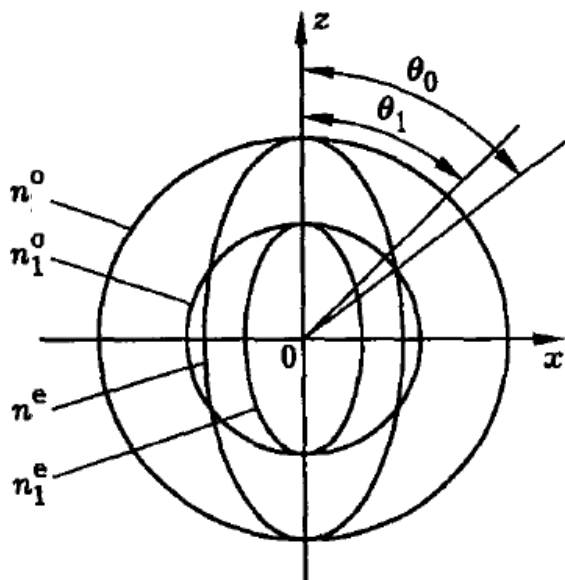
$$P_{\omega=2\omega_1} = aE_{01}^2 \cos(2\omega_1 t - 2k_1 z)$$

Закон сохранения энергии:

$$\hbar\omega = \hbar 2\omega_1 \Leftrightarrow \omega = 2\omega_1$$

Закон сохранения импульса:

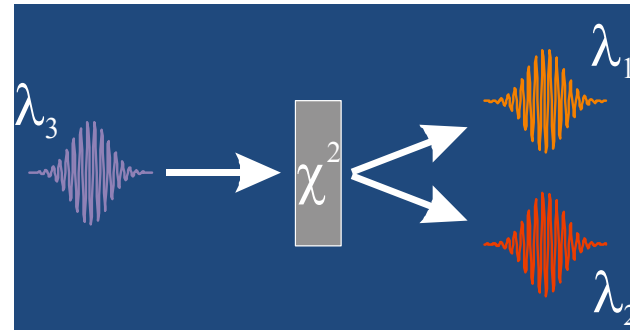
$$\hbar k = \hbar 2k_1 \Leftrightarrow k = 2k_1 \Leftrightarrow \frac{\omega n(\omega)}{c} = 2 \frac{\omega_1 n(\omega_1)}{c} \Leftrightarrow n(\omega) = n(\omega_1)$$



Законы сохранения в ПГС

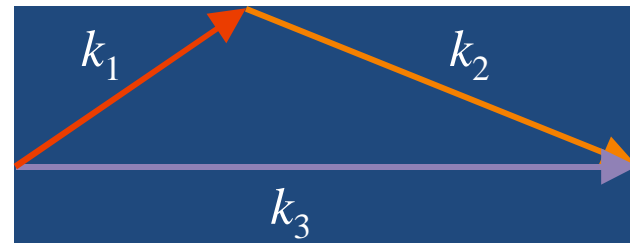
Закон сохранения энергии:

$$\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$$



Закон сохранения импульса:

$$\Delta k = k_3 - k_2 - k_1 = 0$$



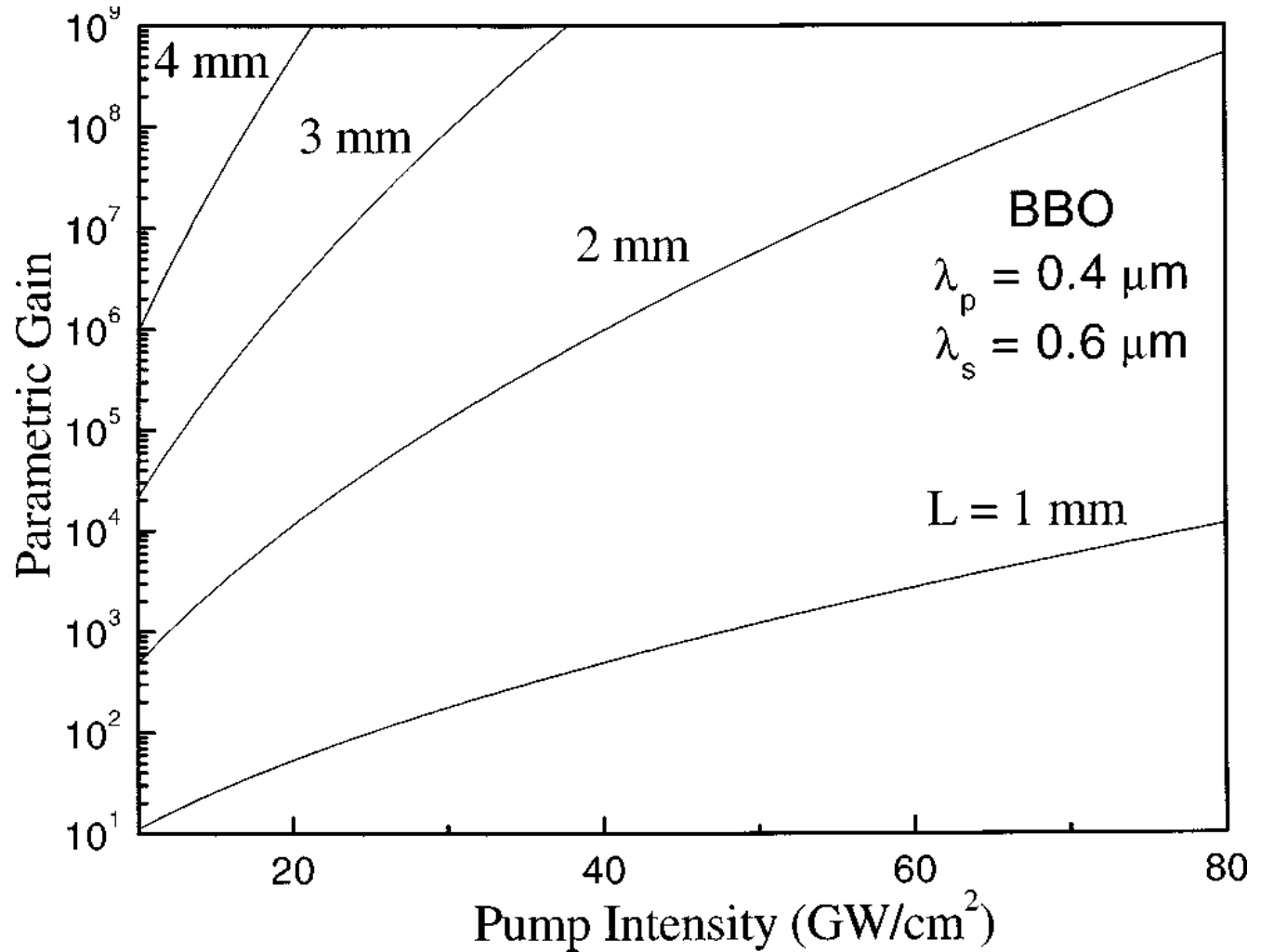
Открытие параметрической генерации света



Р.В. Хохлов



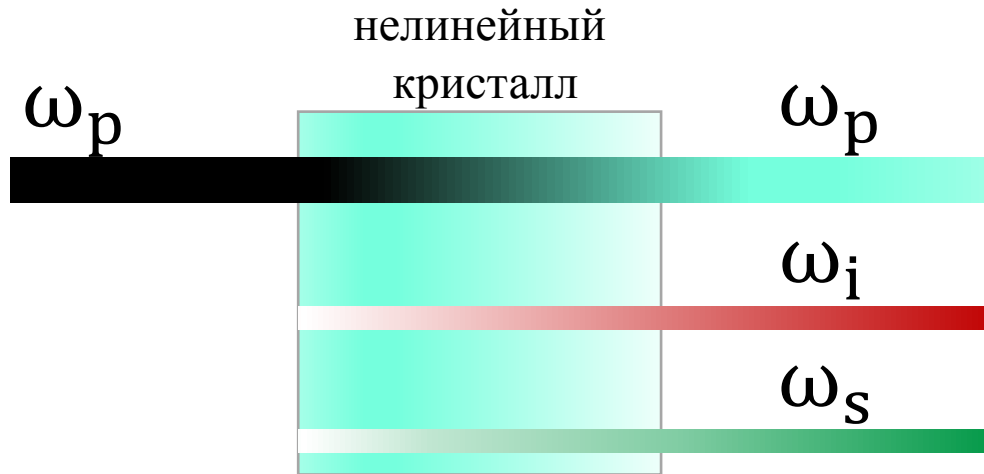
С.А. Ахманов



С.А. Ахманов, Р.В. Хохлов, Об одной возможности усиления световых волн, ЖЭТФ 43(7), 351, 1962.
С.А. Ахманов, А.И. Ковригин, А.С. Пискаркас, В.В. Фадеев, Р.В. Хохлов, Письма ЖЭТФ 2, 300, 1965.

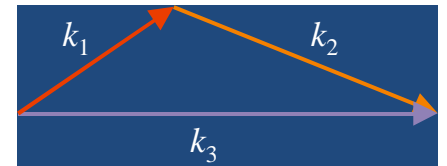
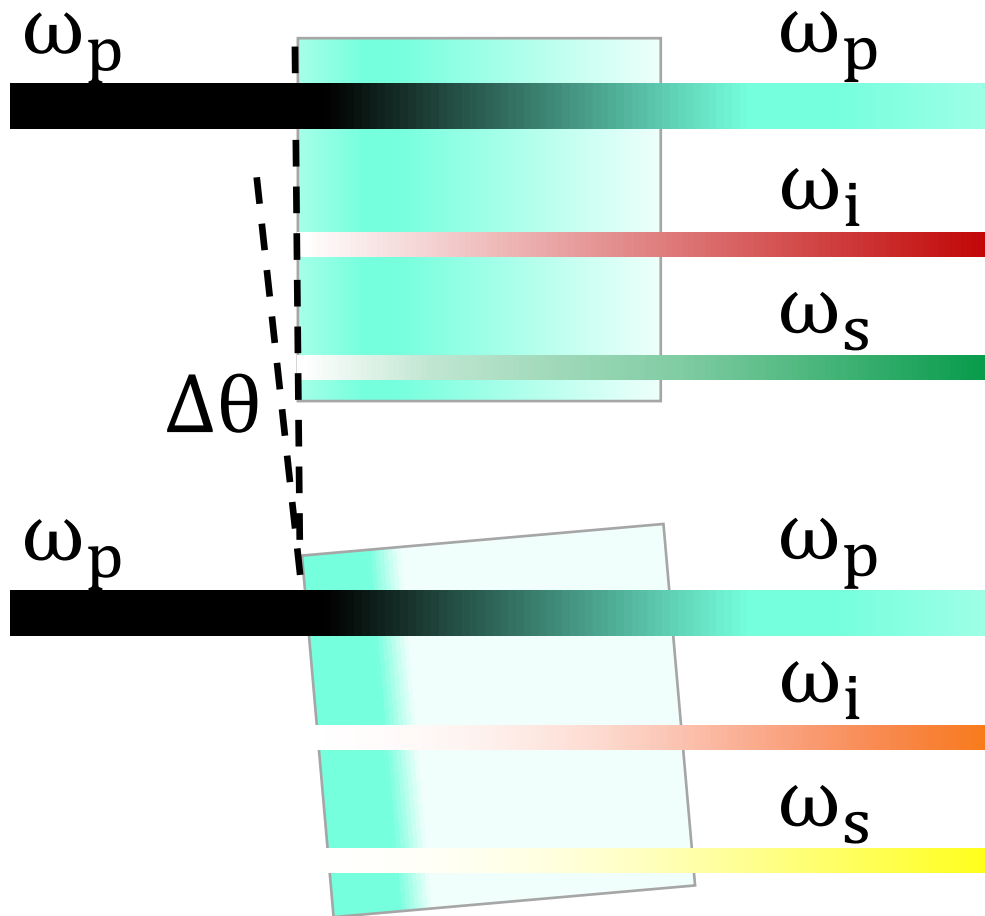
Параметрический генератор

$$\Delta k(\omega, \theta, T) = \Delta k_0 + \frac{\partial \Delta k}{\partial \theta} d\theta + \frac{\partial \Delta k}{\partial T} dT$$



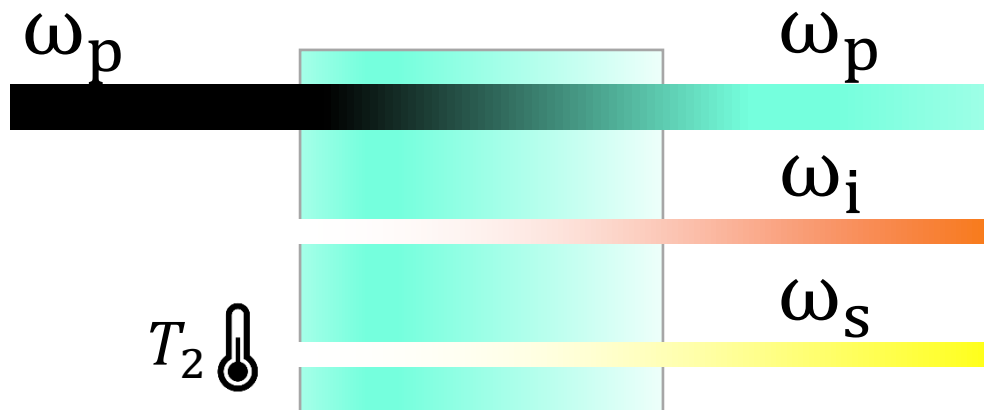
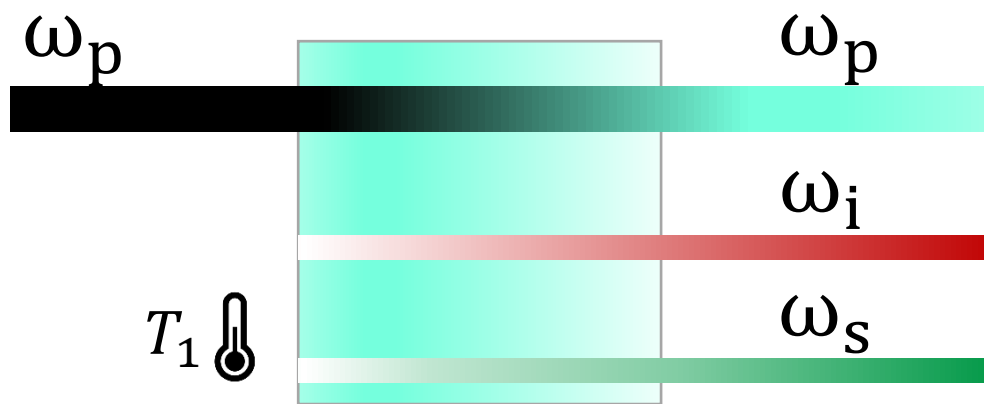
Параметрический генератор: угловой синхронизм

$$\Delta k(\omega, \theta, T) = \Delta k_0 + \frac{\partial \Delta k}{\partial \theta} d\theta + \frac{\partial \Delta k}{\partial T} dT$$



Параметрический генератор: температурный синхронизм

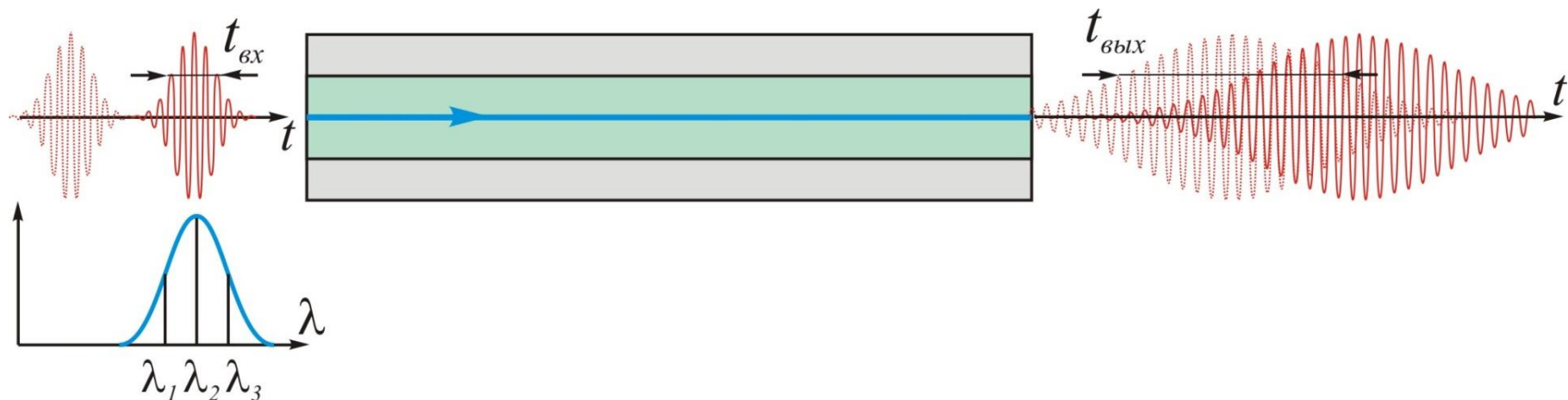
$$\Delta k(\omega, \theta, T) = \Delta k_0 + \frac{\partial \Delta k}{\partial \theta} d\theta + \frac{\partial \Delta k}{\partial T} dT$$



ПГС и лазер: сравнение

- Частоты, генерируемых в ПГС волн, определяются законами сохранения энергии и импульса, а не структурой уровней в лазерном материале.
- Отсутствует запасённая энергия, уровни не возбуждаются, усиление существует только в течение длительности накачки.
- Параметрическая среда не нагревается, нет обмена энергией со средой, обмен энергией происходит только между волнами.
- Усиление происходит на двух длинах волн (два выхода).
- Усиление определяется пиковой интенсивностью накачки; большой коэффициент усиления возможен с ультракороткими импульсами накачки.
- Перестройка сигнальной и холостой волны осуществляется в среднем и дальнем ИК диапазонах, недоступных для существующих лазерных источников; ширина полосы параметрического усиления определяется дисперсионными свойствами кристалла и его длиной.
- Спектральные и временные характеристики генерируемых импульсов определены изначально и в большей степени зависят от накачки.

Дисперсия групповых скоростей в оптических волокнах



$$t_{\text{вых}} - t_{\text{вх}} = \Delta\tau \approx DL\Delta\lambda, \quad D = -\frac{\lambda}{c_0} \frac{\partial^2 n}{\partial \lambda^2}$$

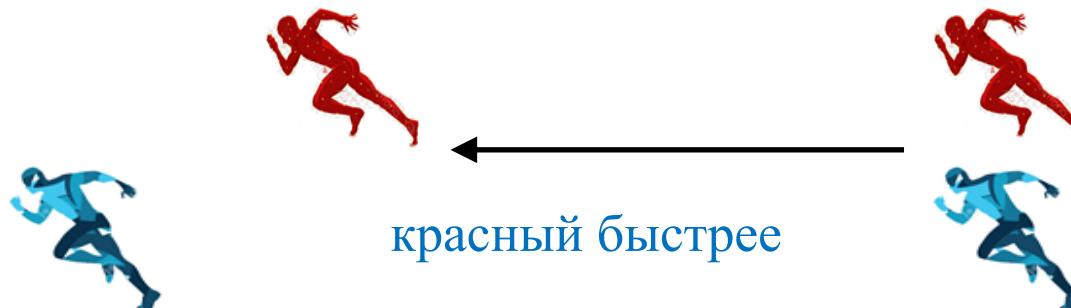
Чирпирование импульса

$$\Delta\tau = \tau(\lambda_{кр}) - \tau(\lambda_{син}) = DL(\lambda_{кр} - \lambda_{син})$$

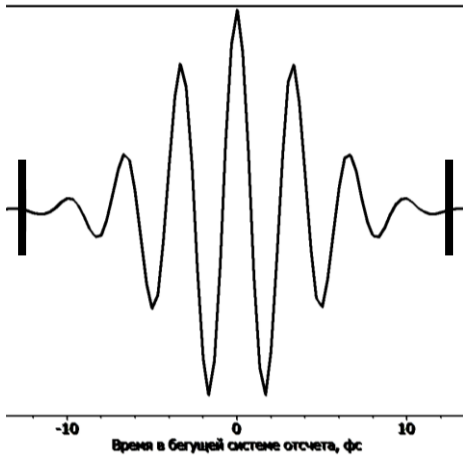
$$D < 0 \Rightarrow \tau(\lambda_{кр}) < \tau(\lambda_{син})$$



$$D > 0 \Rightarrow \tau(\lambda_{кр}) > \tau(\lambda_{син})$$

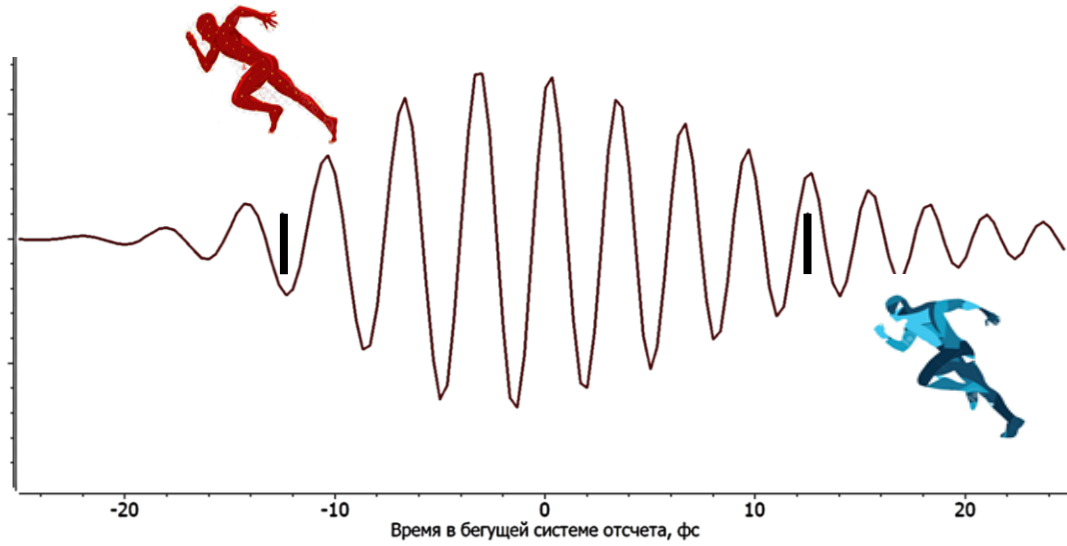


Чирпирование импульса



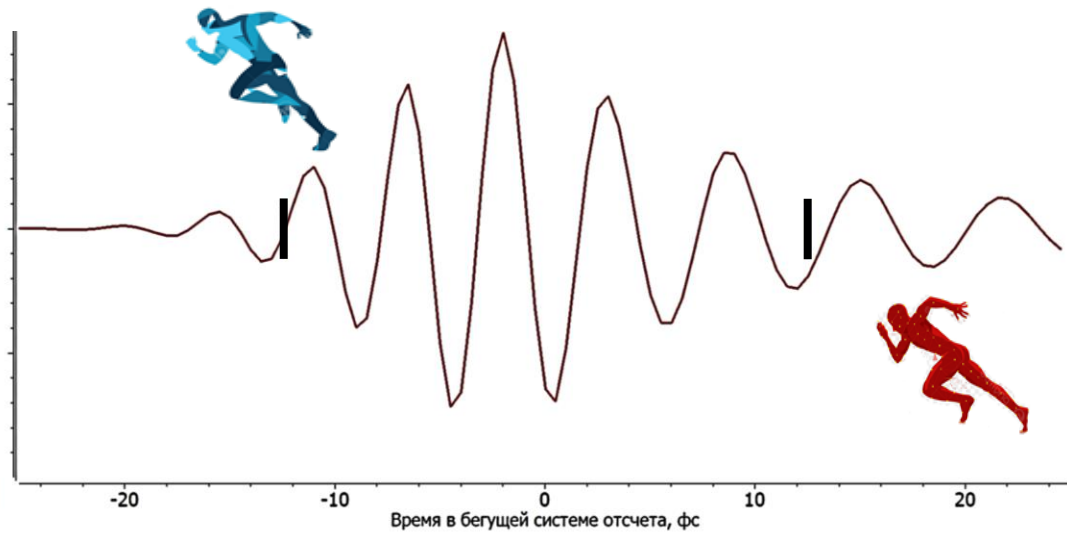
Длина волны:

Длительность:



Длина волны:

Длительность:



Нелинейная поправка к показателю преломления

$$\vec{P} = \varepsilon_0 \chi \vec{E} + \varepsilon_0 \chi^{(2)} \vec{E} \vec{E} + \varepsilon_0 \chi^{(3)} \vec{E} \vec{E} \vec{E} + \dots$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{P} = \varepsilon_0 (\chi + \chi^{(3)} E^2) \vec{E} \\ \vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \\ \vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E} \end{array} \right. \Rightarrow \varepsilon = 1 + \chi + \chi^{(3)} E^2 \Rightarrow$$

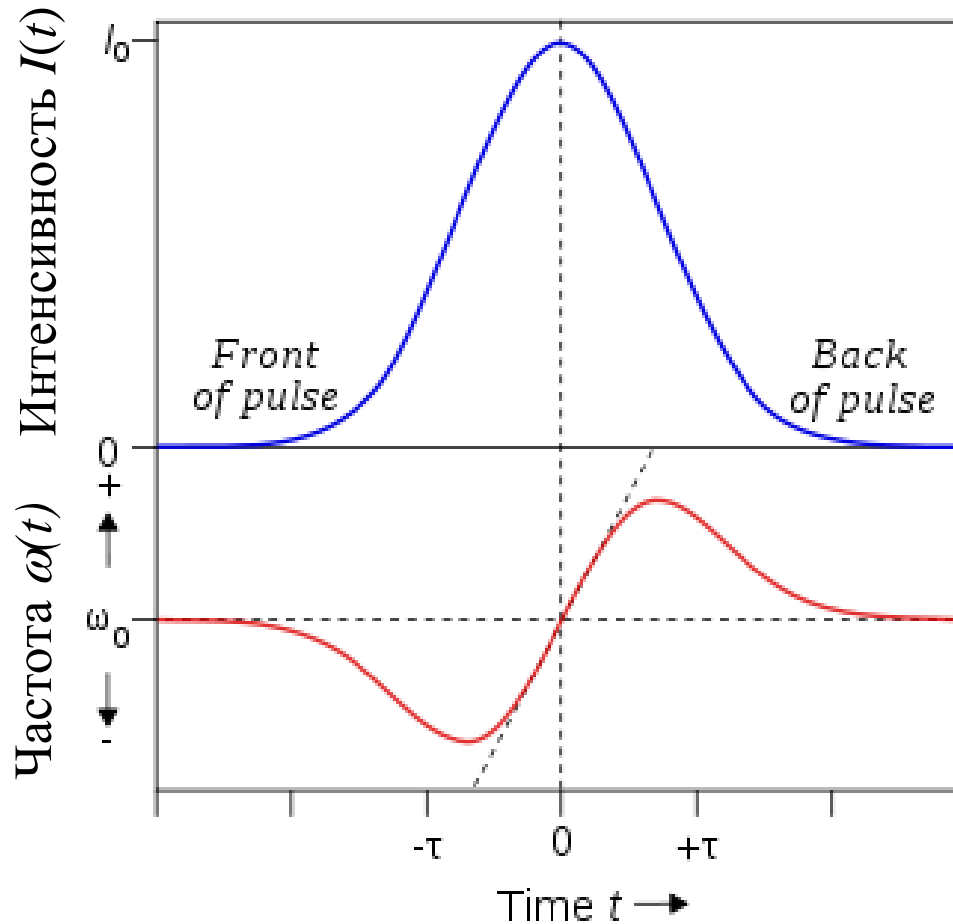
$$n \equiv \sqrt{\varepsilon} = \sqrt{\varepsilon^n + \chi^{(3)} E^2} \approx \sqrt{\varepsilon^n} \left(1 + \frac{\chi^{(3)}}{2\varepsilon^n} E^2 \right) \Rightarrow$$

$$n \approx n_0 + n_2 E^2$$

Фазовая самомодуляция

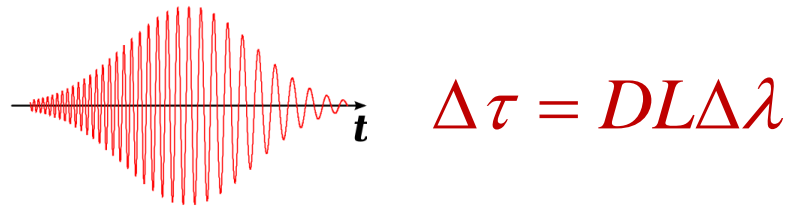
$$\varphi(t) = \omega_0 t - kz = \omega_0 t - k_0 z \left(n_0 + n_2 E^2(t) \right)$$

$$\omega(t) = \frac{\partial \varphi}{\partial t} = \omega_0 - k_0 z n_2 \frac{\partial E^2(t)}{\partial t}$$



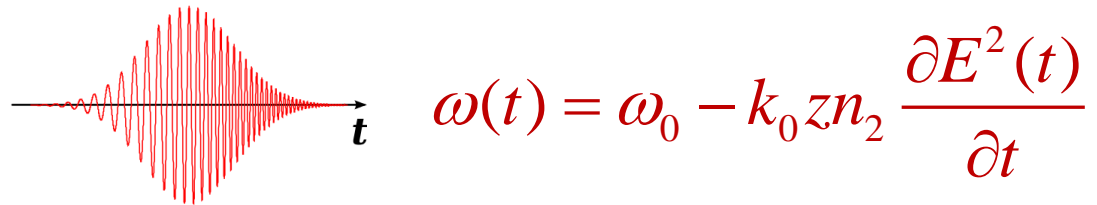
Компенсация фазовой самомодуляции и дисперсии

дисперсия групповых скоростей



$$\Delta\tau = DL\Delta\lambda$$

нелинейная фазовая самомодуляция

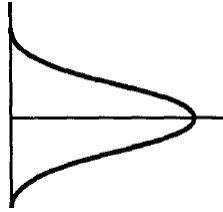


$$\omega(t) = \omega_0 - k_0 z n_2 \frac{\partial E^2(t)}{\partial t}$$

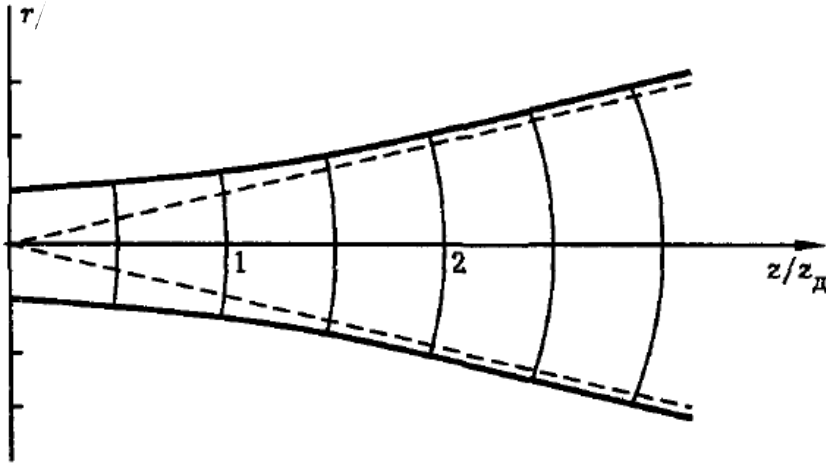
Солитон – структурно устойчивая уединённая волна, распространяющаяся в нелинейной среде.

Оптические солитоны могут использоваться для передачи информации по оптоволокну.

Самофокусировка

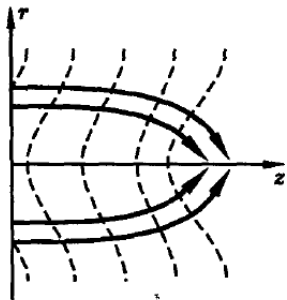


$$I(r) = I_0 \exp\left(-\frac{r^2}{r_0^2}\right) \quad I \sim E^2$$



$$z_D = k r_0^2$$

$$R(z) = z \left(1 + \frac{z_D^2}{z^2}\right)$$



$$n = n_0 + n_2 E^2(r) \quad R_{\text{нл}}(z) = \frac{n_0}{n_2 E^2} \frac{r_0^2}{z}$$

$$P_{\text{кр}} \sim \frac{\lambda^2}{n_2}$$

(1 – 10 кВт для видимого диапазона)

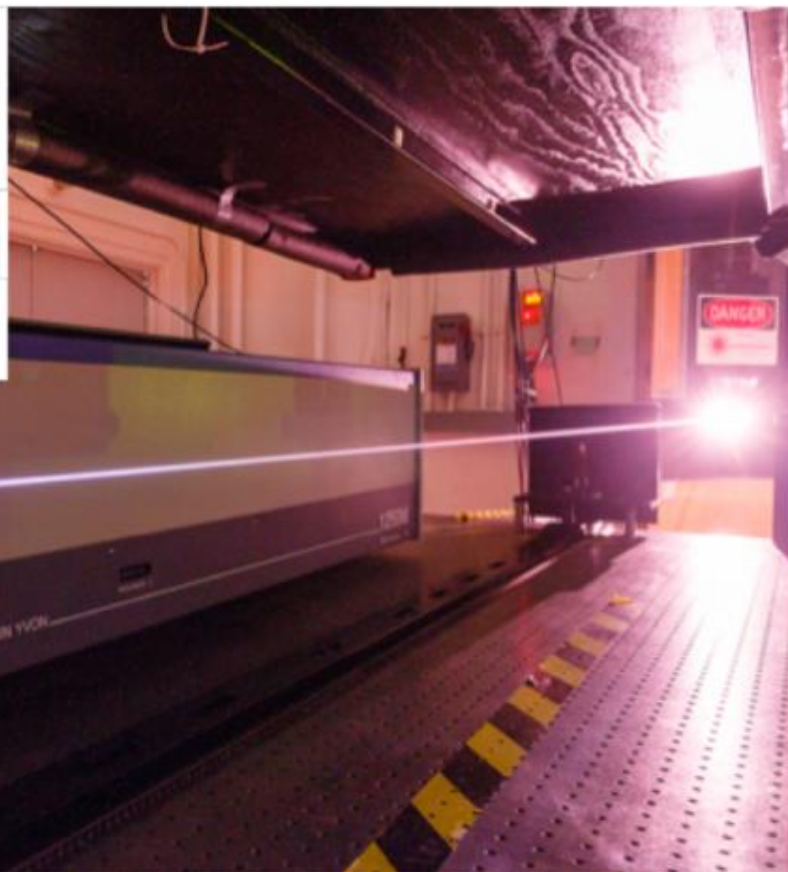
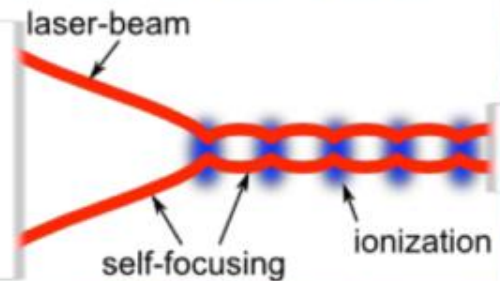
Филаментация

Филаментация – явление пространственно-временной локализации светового поля, поддерживающейся на значительном расстоянии.

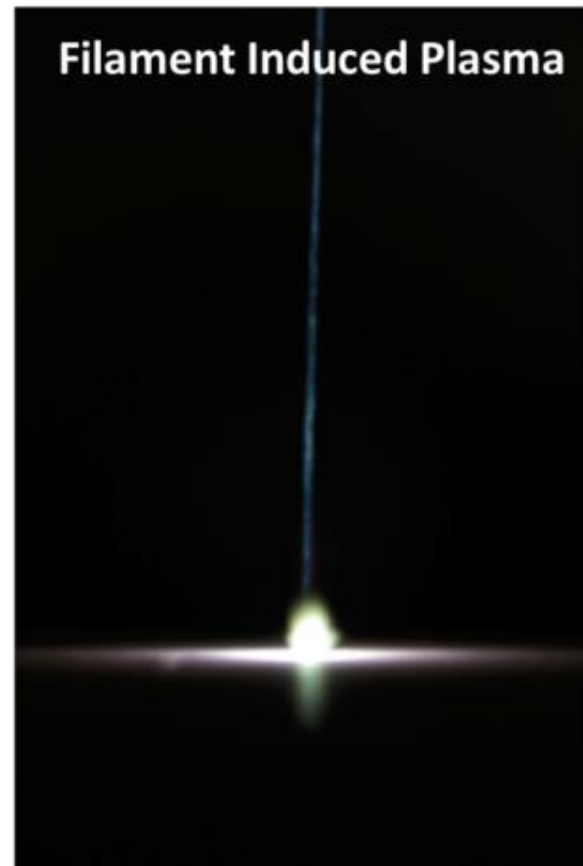
Филаментация сопровождается образованием плазменных каналов, сужением спектра импульса, генерацией высших гармоник.

Примеры филаментов

Filament generation



Filament Induced Plasma



Нелинейная оптика в науках о жизни

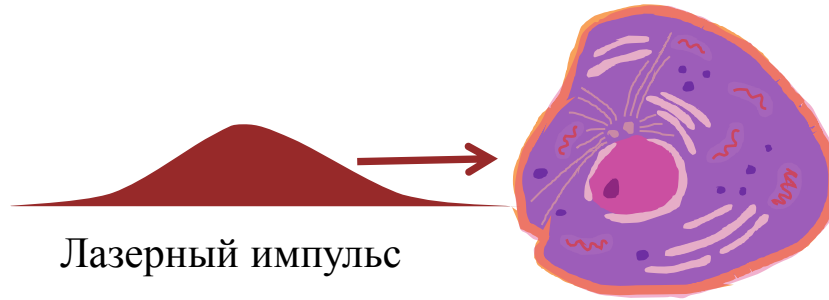
Оптические методы являются практически безальтернативным способом наблюдения молекулярных процессов в отдельных клетках в контексте функциональной активности всего живого организма, а также они позволяют существенно снизить нежелательное влияние зондирующего сигнала на клетку.

Применение современных лазерных систем обеспечивает активное развитие методов нелинейной оптики в биологии и медицине. За счёт особенностей нелинейного взаимодействия лазерного излучения с веществом эти методы обеспечивают:

- **высокое пространственное разрешение,**
- **химическую селективность,**
- **чувствительность и быстроедействие.**

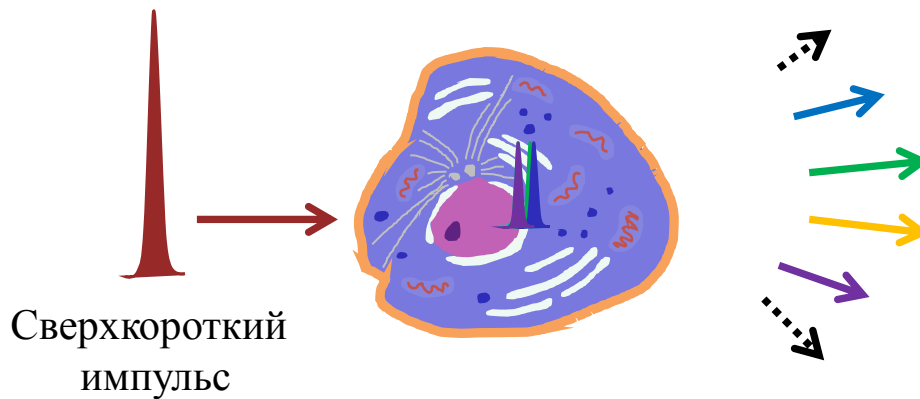
Нейрофотоника – междисциплинарное направление на стыке передовых оптических и лазерных технологий и современной нейробиологии, в рамках которого разрабатывается обширный арсенал методик и инструментов для функциональной диагностики мозга, стимуляции отдельных нейронов и их сетей, молекулярной инженерии клеток мозга с целью диагностики и терапии нейродегенеративных и психических заболеваний, а также для проведения и мониторинга нейрохирургических операций.

Использование сверхкоротких импульсов в исследованиях биологических объектов



Нагрев и повреждение клетки

Слабый нелинейный сигнал



Нелинейная спектроскопия

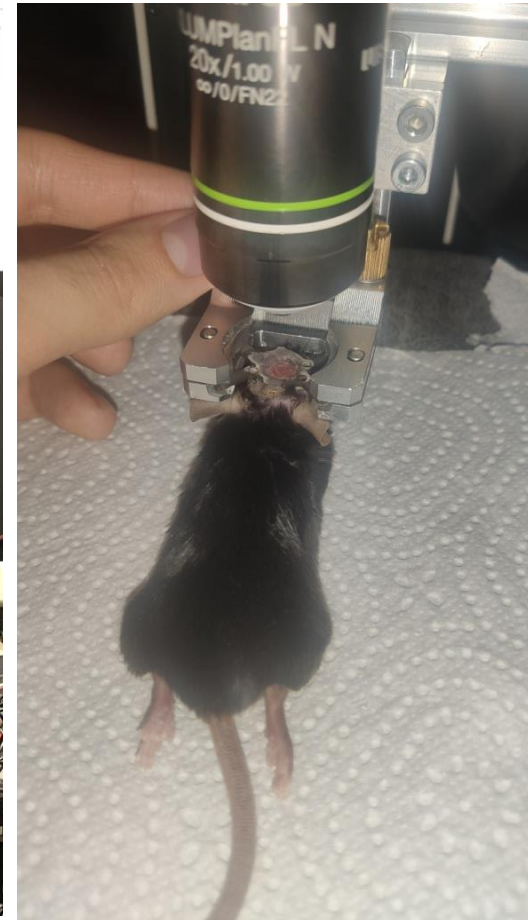
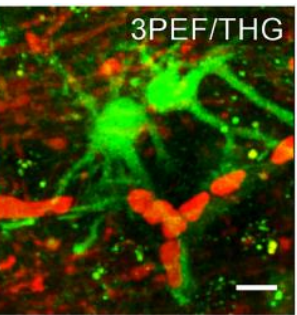
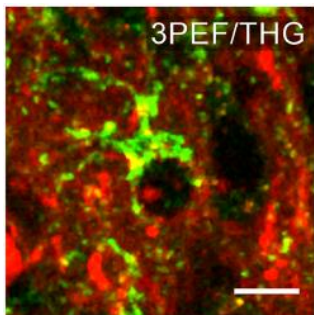
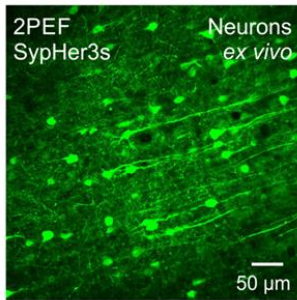
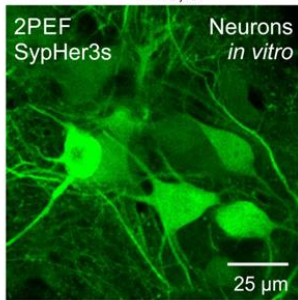
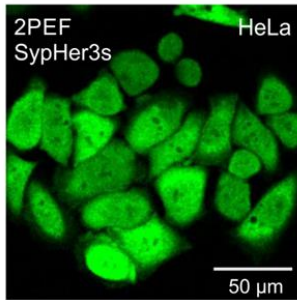
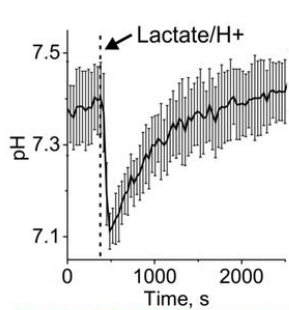
Генерация гармоник

Многофотонная флуоресценция

Неинвазивное воздействие

Эффективная генерация нелинейного мультиспектрального излучения

Мультиmodalный нелинейный отклик флуоресцентных белков



Мультимодальная визуализация тканей

Эксперименты с живыми анестезированными животными (твёрдая мозговая оболочка), толщина ~100 мкм

ГВГ: коллаген

**ГТГ: кровеносные
сосуды**

Флуоресценция
Sapher3s при ТФВ
(ЗРЕФ): клетки

